الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الكتابة العقديّة للتحويلات الهندسيّة

تطبيقات الأعداد العقديّة في الهندسة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

بسيطة

1. ما نوع التحويل الذي صيغته العقديّة الآتية؟

$$z' = z + 3 - 2i$$

أ) تحاكٍ مركزه النقطة التي يمثّلها $3 - 2i$ ونسبته 1

ب) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد $3 - 2i$

ج) دوران مركزه O وزاويته $3 - 2i$

2. ما صورة النقطة التي يمثّلها $2 + 3i$ بالانسحاب الذي شعاعه ممثّل بالعدد $b = -1 + i$ ؟

أ) $3 + 2i$

ب) $-1 + i$

ج) $1 + 4i$

3. ما الصيغة العقديّة للتحاكي الذي مركزه Ω الذي يمثّله ω ونسبته k ؟

أ) $z' - \omega = k(z - \omega)$

ب) $z' = kz$

ج) $z' - \omega = kz$

4. التحاكي مركزه Ω الذي يمثّله $1 + i$ ونسبته $k = 3$. ما صورة النقطة التي يمثّلها $2 - i$ ؟

أ) $6 - 3i$

ب) $3 - 6i$

ج) $4 - 5i$

5. تحويل صيغته العقديّة $z' = 3z - 2 - 2i$. ما مركزه؟

أ) $1 + i$

ب) $-2 - 2i$

ج) 0

6. ما الصيغة العقديّة للدوران الذي مركزه O وزاويته θ ؟

أ) $z' = e^{i\theta} z$

ب) $z' = z + e^{i\theta}$

ج) $z' = \theta z$

7. الدوران مركزه Ω الذي يمثّله $2 + i$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$. أيّ صيغة صحيحة؟

أ) $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z$

ب) $z' - (2 + i) = e^{i\frac{\pi}{3}} (z - (2 + i))$

ج) $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z + 2 + i$

8. ما صورة النقطة التي يمثّلها $3+i$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ؟

أ) $3-i$

ب) $-1+3i$

ج) $1-3i$

9. ما صورة النقطة التي يمثّلها 2 بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ؟

أ) $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $-1-i\sqrt{3}$

ج) $-1+i\sqrt{3}$

10. ما الصيغة المنشورة للتحاكي الذي مركزه Ω الذي يمثّله ω ونسبته $k=-1$ ، أي التناظر المركزي؟

أ) $z'=\omega-z$

ب) $z'=-z$

ج) $z'=2\omega-z$

11. متى يكون المثلّث ABC قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين؟

أ) $c-a=\pm i(b-a)$

ب) $|c-a|=|b-a|$

ج) $c-a=\pm e^{i\pi/3}(b-a)$

12. النقاط A و B و C تحقّق $c-a=e^{i\pi/3}(b-a)$. ماذا نستنتج؟

أ) المثلّث ABC متساوي الساقين ولا نعرف أكثر

ب) المثلّث ABC متساوي الأضلاع

ج) المثلّث ABC قائم الزاوية في A

13. يرتبط العددان a و b الممثّلان للنقطتين A و B بالعلاقة $b=-ia$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

أ) تحاكٍ مركزه O ونسبته $-i$

ب) دوران مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ج) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد $-i$

14. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b=2a$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

أ) تحاكٍ مركزه O ونسبته 2

ب) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد 2

ج) دوران مركزه O وزاويته 2

15. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b-1=-(a-1)$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

أ) تناظر مركزي مركزه النقطة التي يمثّلها 1

ب) تناظر مركزي مركزه O

ج) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد -1

16. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b - i = e^{i\pi/3}(a - i)$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

أ) دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$

ب) تحاكٍ مركزه النقطة التي يمثّلها i ونسبته $e^{i\pi/3}$

ج) دوران مركزه النقطة التي يمثّلها i وزاويته $\frac{\pi}{3}$

سلّم التصحيح

1. ب صحيح. الصيغة جمعُ عدد ثابت، و $z' - z = 3 - 2i$ لكلّ نقطة، أي $\overrightarrow{MM'}$ ثابت.

2. ج صحيح. $z' = z + b = (2 + 3i) + (-1 + i) = 1 + 4i$.

3. أ صحيح. هذه ترجمة $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$ حرفاً بحرف.

4. ج صحيح. $z - \omega = 1 - 2i$ ، وبالضرب في 3 نحصل على $3 - 6i$ ، وبجمع $1 + i$ نحصل على $4 - 5i$.

5. أ صحيح. المركز نقطة صامدة، فنحلّ $\omega = 3\omega - 2 - 2i$ ونجد $\omega = 1 + i$.

6. أ صحيح. طويلة $e^{i\theta}$ هي 1 فلا يتغيّر البُعد، وزاويته θ فتُضاف إلى زاوية z .

7. ب صحيح. المركز يُطرح من الطرفين، ثمّ يُضرب الفرق بـ $e^{i\theta}$.

8. ب صحيح. $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ ، ومنه $z' = i(3 + i) = 3i - 1 = -1 + 3i$.

9. ج صحيح. $z' = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + i\sqrt{3}$.

10. ج صحيح. $z' - \omega = -(z - \omega)$ ، وبجمع ω يصير الحدّ الثابت 2ω ، أي أنّ Ω منتصف $[MM']$.

11. أ صحيح. الضرب بـ i دوران بزاوية $\frac{\pi}{2}$ مركزه A ، وطويلته 1 فتبقى الساقان متساويتين.

12. ب صحيح. الطويلة 1 تعطي $AC = AB$ ، والزاوية $\frac{\pi}{3}$ عند رأس مثلّث متساوي الساقين تجعل الأضلاع الثلاثة متساوية.

13. ب صحيح. $-i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، وطويلته 1 ، فالتحويل دوران حول المبدأ بربع دورة في الجهة السالبة.

14. أ صحيح. $b - 0 = 2(a - 0)$ ، والنسبة 2 عدد حقيقي، والمركز هو المبدأ لأنّه لا حدّ ثابت.

15. أ صحيح. هذا تحاكٍ نسبته -1 ومركزه $\omega = 1$ ، لأنّ الطرح يقع على 1 في الطرفين.

16. ج صحيح. الشكل هو $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$ مع $\omega = i$ و $\theta = \frac{\pi}{3}$.

الكتابة العقديّة للتحويلات الهندسيّة . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 119 إلى 122 . basita123.com