



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: بعض قواعد حساب التوابيع الأصلية

التكامل والتوابيع الأصلية . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto x^5$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) $\frac{x^6}{6}$

(ب) $5x^4$

(ج) $\frac{x^6}{5}$

2. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ على المجال $] -\infty, 0[$ هو:

(أ) $\ln x$

(ب) $-\ln x$

(ج) $\ln(-x)$

3. لماذا لا يعطي سطر القوى تابعاً أصلياً للتابع $x \mapsto x^{-1}$ ؟

(أ) لأنَّ الأسَّ سالب، و سطر القوى للأسَّ الموجبة وحدها

(ب) لأنَّ المقام $n + 1$ يصير صفراً عند $n = -1$

(ج) لأنَّ x^{-1} غير معرّفٍ عند الصفر

4. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto \sqrt{x}$ على المجال $] 0, +\infty[$ هو:

(أ) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

(ب) $\frac{2}{3} x\sqrt{x}$

(ج) $2x\sqrt{x}$

5. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto e^{-3x}$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) $-\frac{1}{3} e^{-3x}$

(ب) e^{-3x}

(ج) $-3 e^{-3x}$

6. على أيِّ مجالٍ يعطي الجدول $F : x \mapsto \tan x$ تابعاً أصلياً للتابع $f : x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$ ؟

(أ) على $\mathbb{R}$ كلّها

(ب) على $] 0, +\infty[$

(ج) على كلّ مجالٍ من الشكل $]-\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k[$

7. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto 3x^2 (x^3 + 1)^4$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) $\frac{(x^3 + 1)^5}{4}$

(ب) $x^3 (x^3 + 1)^5$

(ج) $\frac{(x^3 + 1)^5}{5}$

8. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto \frac{2x}{x^2 + 1}$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) $\ln(x^2 + 1)$

(ب) $\frac{x^2}{\ln(x^2 + 1)}$

(ج) $\ln(2x)$

9. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto x e^{x^2}$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) e^{x^2}

(ب) $\frac{1}{2} e^{x^2}$

(ج) $\frac{x^2}{2} e^{x^2}$

10. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto 2x \sin(x^2)$ على $\mathbb{R}$ هو:

(أ) $\cos(x^2)$

(ب) $-\frac{\cos(x^2)}{2}$

(ج) $-\cos(x^2)$

11. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x}}$ على المجال $]1, +\infty[$ هو:

(أ) $2\sqrt{x^2 - x}$

(ب) $\sqrt{x^2 - x}$

(ج) $\ln(x^2 - x)$

12. تابعٌ أصليٌّ للتابع $f : x \mapsto \frac{x + 1}{x - 2}$ على المجال $] -\infty, 2[$ هو:

(أ) $\ln(2 - x)$

(ب) $x + 3 \ln(2 - x)$

(ج) $x + 3 \ln(x - 2)$

سَلَم التصحيح

1. أ نعم. نرفع الأس واحداً ونقسم على الأس الجديد. والتحقق فوري: مشتق $\frac{x^6}{6} = x^5$ هو $\frac{6x^5}{6} = x^5$.
2. ج نعم. على $]-\infty, 0[$ يكون $-x$ موجباً تماماً، والاشتقاق يعطي $\frac{-1}{-x} = \frac{1}{x}$.
3. ب نعم، وهذا هو السبب الوحيد. القسمة على صفر ممنوعة، ولذلك خُص هذا التابع بسطرٍ مستقلّ هو سطر اللوغاريتم.
4. ب نعم. نكتب $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ ونطبق سطر الأس الحقيقي: $\frac{x^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3}x^{3/2} = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$. والمجال $]0, +\infty[$ هو بالضبط ما يشترطه ذلك السطر.
5. أ نعم. هذا السطر $g(ax + b)$ مع $a = -3$ ، فنقسم على a . والتحقق: مشتقّ جوابك هو $-\frac{1}{3} \times (-3)e^{-3x} = e^{-3x}$.
6. ج نعم، وهي عائلة مجالات لا مجالاً واحد. لاحظ الشرط الذي في الدرس الأول: I يجب أن يكون مجالاً، فلا يجوز جمع فرعين في واحد.
7. ج نعم. نضع $u(x) = x^3 + 1$ فيكون $u'(x) = 3x^2$ ، والتابع هو $u'u^4$ تماماً، من دون حاجةٍ إلى ضبط معامل.
8. أ نعم. البسط $2x$ هو مشتقّ المقام بالضبط، فالنمط $\frac{u'}{u}$. والمقام موجبٌ تماماً على $\mathbb{R}$ ، فالفرع هو $\ln u$.
9. ب نعم. نضع $u(x) = x^2$ فيكون $u'(x) = 2x$ ، ونكتب $f(x) = \frac{1}{2}u'(x)e^{u(x)}$. الضبط بعددٍ ثابت مسموح.
10. ج نعم. مع $u(x) = x^2$ يكون $u'(x) = 2x$ ، والتابع هو $u' \sin u$ تماماً، وتابعه الأصليّ $-\cos u$.
11. أ نعم. مع $u(x) = x^2 - x$ يكون $u'(x) = 2x - 1$ ، فالنمط $\frac{u'}{\sqrt{u}}$. والشرط $u > 0$ محققٌ على $]1, +\infty[$ لأنّ $u(x) = x(x - 1)$.
12. ب نعم. القسمة تعطي $f(x) = 1 + \frac{3}{x-2}$. والمقام سالبٌ على $]-\infty, 2[$ ، فالفرع المأخوذ هو $\ln(-u)$ أي $\ln(2 - x)$.

بعض قواعد حساب التوابيع الأصلية . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 203 إلى 207 . basita123.com