

☆ بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية تابع مركب

التوابع: النهايات والاستمرار . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. نريد حساب نهاية $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$ عند $+\infty$. ما المتحول الجديد $X = h(x)$ الذي نضعه؟

(أ) $X = \sqrt{x}$

(ب) $X = x^2$

(ج) $X = x^2 - x + 1$

2. عند حساب نهاية التابع المركب $g(h(x))$ عند a ، بماذا نبدأ؟

(أ) نبحث أولاً عن نهاية g عند a

(ب) نبحث أولاً عن $b = \lim_{x \rightarrow a} h(x)$

(ج) نحسب $g(a)$ و $h(a)$ ثم نقارن

3. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$$

(أ) 1

(ب) $+\infty$

(ج) 0

4. التابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$ معرّف على $[\frac{1}{3}, +\infty[$. ما نهايته عندما تسعى x إلى $\frac{1}{3}$ ؟

(أ) 0

(ب) 3

(ج) $+\infty$

5. نضع $X = \frac{1}{x}$. إلى أين يسعى X حين تسعى x إلى $+\infty$ ؟

(أ) إلى $+\infty$ أيضاً

(ب) إلى 0 من اليسار

(ج) إلى 0 من اليمين

6. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}$$

(أ) 1

(ب) 0

(ج) $+\infty$

7. نحسب $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + 5}$ بوضع $X = x^2 + 5$. ما العدد الوسيط b الذي نسأل عنده التابع الخارجي؟

(أ) $b = 9$

(ب) $b = 2$

(ج) $b = 3$

8. لماذا لا تكفي قواعد العمليات على النهايات لحساب نهاية $x \sin \frac{1}{x}$ عند $+\infty$ ؟

(أ) لأن الجيب غير معرّف عند الصفر

(ب) لأن التابع غير معرّف عند 0

(ج) لأن الجداء من الشكل $0 \times (+\infty)$ ، وهذه إحدى صيغ عدم التعيين

9. بتغيير المتحوّل $X = \frac{1}{x}$ ، إلى أيّ دراسة تنتقل دراسة النهاية عند الصفر من اليسار؟

(أ) إلى دراسة النهاية عند $+\infty$

(ب) إلى دراسة النهاية عند $-\infty$

(ج) إلى دراسة النهاية عند الصفر من اليمين

10. التابع f اشتقاقي عند a . ما قيمة $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ ؟

(أ) $f'(a)$

(ب) 0

(ج) $f(a)$

11. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \cos \left(\frac{\pi x + 1}{x + 2} \right)$$

(أ) -1

(ب) 1

(ج) لا وجود لها، لأنّ جيب التمام متأرجح

12. التابع $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-5}}$ معرّف على $]5, +\infty[$. ما نهايته عند 5 ؟

(أ) 0

(ب) $+\infty$

(ج) 1

13. التابع $f(x) = \sqrt{\frac{-x+1}{x^2+1}}$ معرّف على $]-\infty, 1[$. ما نهايته عند $-\infty$ ؟

(أ) 1

(ب) 0

(ج) $+\infty$

14. التابع $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2}{1-x}}$ معرّف على $]-\infty, 1[$. ما نهايته عند 1 ؟

(أ) $+\infty$

(ب) 0

(ج) $\sqrt{2}$

15. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

(أ) 1

(ب) 0

(ج) لا وجود لها، لأنّ الجيب متأرجح

16. التابع $f(x) = \cos^2\left(\pi\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right)$ معرّف على $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$. ما نهايته عند $+\infty$ ؟

(أ) 0

(ب) -1

(ج) 1

سَلَم التصحيح

1. ج صحيح. نضع $X = x^2 - x + 1$ ، فيصير $f(x) = \sqrt{X}$ ، وهذا هو التفكير الذي تحتاجه المبرهنة.

2. ب صحيح. الكتاب يكتب هذا الترتيب بلون مميز: بدايةً b ، ثم نهاية g عند b .

3. ب صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ ، و $\lim_{X \rightarrow +\infty} \sqrt{X} = +\infty$.

4. ج صحيح. على هذا المجال يكون $X = 3x - 1$ موجباً ويسعى إلى 0 ، و $\lim_{X \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{X}} = +\infty$.

5. ج صحيح. وهذه أولى الطرق الأربع في كسر تغيير المتحول: من $+\infty$ إلى الصفر من اليمين.

6. أ صحيح. بوضع $X = \frac{1}{x}$ يصير التابع $\frac{\sin X}{X}$ ، ونهايته عند الصفر هي 1 .

7. أ صحيح. $b = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5) = 9$ ، ثم نسال: كم $\sqrt{X}$ حين يسعى X إلى 9 ؟

8. ج صحيح. أحد العاملين يسعى إلى الصفر والآخر يكبر بلا حدّ، والجدول لا يعطي جواباً لهذه الصيغة. الحلّ تغيير المتحول.

9. ب صحيح. اليسار يعطي قيمة سالبة، ومقلوبها يمضي إلى $-\infty$. هذه إحدى الطرق الأربع في كسر الدرس.

10. أ صحيح. بوضع $h(x) = x - a$ يصير هذا نهاية تابع مركب، ونهايته هي العدد المشتق نفسه.

11. أ صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى π لأنّ نسبة الحدين الأكبرين هي $\frac{\pi x}{x}$ ، و $\cos \pi = -1$.

12. ب صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ على هذا المجال، و $\lim_{X \rightarrow +\infty} \sqrt{X} = +\infty$.

13. ب صحيح. المقدار الداخلي يتصرّف مثل $\frac{-1}{x}$ ويسعى إلى 0 بقيم موجبة، و $\lim_{X \rightarrow 0} \sqrt{X} = 0$.

14. أ صحيح. البسط يسعى إلى 2 والمقام إلى 0 بقيم موجبة، فالمقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ ومعه الجذر.

15. ب صحيح. المقدار الداخلي $\frac{1}{\sqrt{x}}$ يسعى إلى 0 ، و $\lim_{X \rightarrow 0} \sin X = 0$.

16. ج صحيح. ثلاث حلقات متتالية: الكسر يسعى إلى 1 ، فالجذر إلى 1 ، فالزاوية إلى π ، و $(\cos \pi)^2 = 1$.

نهاية تابع مركب . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 37 إلى 39 . basita123.com