



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية تابع عند اللانهاية

التوابع: النهايات والاستمرار . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

أ) 1

ب) $+\infty$

ج) 0

2. ما معادلة المقارب الأفقي للخط البياني لهذا التابع في جوار $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{4x - 5}{2x + 3}$$

أ) $y = 2$ ب) $x = 2$ ج) $y = -\frac{5}{3}$ 3. ما نهاية هذا التابع عند $-\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

أ) 0

ب) التابع غير معرف في جوار $-\infty$ ج) $-\infty$ 4. أيّ العبارات الآتية صحيحة عن تابع الجيب $\sin$ عند $+\infty$ ؟

أ) نهايته 0 ، لأنه محصور بين -1 و 1

ب) ليست له نهاية

ج) نهايته 1 ، لأنها أكبر قيمة يبلغها

5. للخط البياني لتابع f مقارب أفقي معادلته $y = 5$ عند $+\infty$. ماذا نستنتج؟أ) $f(x)$ لا يساوي 5 أبداًب) $f(100) = 5$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$

6. وجدنا $f(x) - 2 = \frac{-11}{2x+3}$. أين يقع C_f بالنسبة إلى المستقيم $\Delta : y = 2$ على المجال $]-\frac{3}{2}, +\infty[$ ؟

(أ) تحت Δ

(ب) فوق Δ

(ج) فوق Δ دائماً، فالخط لا يهبط تحت مقاربه

7. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{3x + 7}{x - 2}$$

(أ) 3

(ب) $-\frac{7}{2}$

(ج) $+\infty$

8. التابع $f(x) = \frac{4x-5}{2x+3}$ نهايته عند $+\infty$ هي 2 . هل يجوز أن نقول إنَّ نهايته عند $-\frac{3}{2}$ هي 2 أيضاً؟

(أ) نعم، النسبة بين الحدين الأكبرين هي نفسها

(ب) نعم، لأنَّ $y = 2$ مقارب للخط البياني

(ج) لا، فالسلوك عند عدد حقيقي مسألة أخرى

9. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x}$$

(أ) $\frac{1}{x}$

(ب) 2

(ج) 3

10. الخط البياني لتابع f يقترب من المستقيم $y = -4$ كلما ذهبنا يساراً بعيداً على محور الفواصل. كيف نكتب ذلك؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4 \quad (\text{أ})$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -\infty \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4 \quad (\text{ج})$$

11. ما الشرط الذي يجعل للسؤال عن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ معنى؟

(أ) أن يكون f معرفاً على الأعداد الحقيقية كلّها

(ب) أن تحوي مجموعة التعريف مجالاً من الشكل $]a, +\infty[$

(ج) أن يكون f معرفاً عند $+\infty$

12. أيّ من هذه المستقيمات يصلح أن يكون مقارباً أفقياً؟

$$x = 3 \quad (\text{أ})$$

$$y = 2x + 1 \quad (\text{ب})$$

$$y = -1 \quad (\text{ج})$$

13. لتابعٍ مقارب أفقي Δ ، ووجدنا $f(x) - \ell = \frac{x-1}{x^2+1}$. هل يقطع C_f مقاربه؟

(أ) لا، فالمقارب لا يُقطع أبداً

(ب) لا، لأنَّ المقام لا ينعدم

(ج) نعم، عند $x = 1$

14. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{-7}{x^3}$$

(أ) -7

(ب) 0

(ج) $-\infty$

15. تابعٍ نهايته عند $+\infty$ هي 3 ، وقيمه $f(2) = 8$. هل في ذلك تناقض؟

(أ) لا، فقيمة التابع عند نقطة لا علاقة لها بنهايته عند $+\infty$

(ب) نعم، فقيم التابع يجب أن تبقى قرب 3

(ج) نعم، فالمقارب $y = 3$ يمنع القيم من تجاوزه

16. ما نهاية هذا التابع عند $-\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{x^5}$$

(أ) 0

(ب) $-\infty$

(ج) لا وجود لها، لأنَّ الأس فردي

سَلَم التصحيح

1. ج صحيح. هذه أولى النهايات المرجعية، ومحور الفواصل مقارب أفقي للخط البياني.
2. أ صحيح. النسبة بين الحدين الأكبرين $\frac{4x}{2x}$ تساوي 2 ، والمقارب الأفقي معادلته $y = 2$.
3. ب صحيح. مجموعة التعريف هي $]0, +\infty[$ ، فلا تحوي أيّ مجال من الشكل $]a, -\infty[$ ، والسؤال بلا معنى.
4. ب صحيح. التابع يتأرجح دائماً بين -1 و 1 ولا يستقرّ قرب أيّ عدد، فلا نهاية منتهية له ولا لانهاية.
5. ج صحيح. وجود المقارب الأفقي $y = 5$ عند $+\infty$ هو بعينه القول إنّ النهاية هناك تساوي 5 .
6. أ صحيح. على هذا المجال $2x + 3 > 0$ ، والبسط -11 سالب، فالفرق سالب و C_f تحت المقارب.
7. أ صحيح. الحدّ الأكبر في البسط $3x$ وفي المقام x ، والنسبة بينهما 3 .
8. ج صحيح. العدد $-\frac{3}{2}$ يُعَدُّ المقام، وهذه حالة يعالجها الدرس التالي، لا هذا الدرس.
9. ب صحيح. الكسر $\frac{1}{x}$ يتلاشى، فتتجمّع القيم حول 2 ، والمستقيم $y = 2$ مقارب أفقي.
10. أ صحيح. الذهاب يساراً هو $x \rightarrow -\infty$ ، والقيم تتجمّع حول -4 .
11. ب صحيح. هذا هو معنى أن يكون التابع معرّفاً في جوار اللانهاية الموجبة.
12. ج صحيح. مستقيم أفقي، ومعادلته من الشكل $y = \ell$ مع $\ell = -1$.
13. ج صحيح. البسط ينعدم عند 1 ، فالفرق ينعدم هناك ويقطع الخط البياني مقاربه، ثمّ تتغيّر إشارة الفرق.
14. ب صحيح. $\frac{1}{x^3}$ نهايتها 0 من القائمة المرجعية، وضربها بثابت لا يغيّر ذلك.
15. أ صحيح. النهاية عند $+\infty$ تصف القيم بعيداً وحدها، وما يحدث عند 2 حرّ تماماً.
16. أ صحيح. القيم سالبة هنا، لكنّها تصغر بالقيمة المطلقة فتتجمّع حول 0 .

نهاية تابع عند اللانهاية . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 21 إلى 24 . basita123.com