بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية تابع عند عدد حقيقي

التوابع: النهايات والاستمرار . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما نهاية هذا التابع عند 0 من اليمين؟

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

أ) $+\infty$
ب) 0
ج) $-\infty$

2. ما نهاية هذا التابع عند 0 من اليسار؟

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

أ) $+\infty$
ب) 0
ج) $-\infty$

3. ما معادلة المقارب الشاقولي للخطّ البياني لهذا التابع؟

$$f(x) = \frac{1}{x-4}$$

أ) $x = 4$
ب) $y = 4$
ج) $x = 0$

4. ما نهاية هذا التابع عند 1 ؟

$$f(x) = \frac{5x-1}{(x-1)^2}$$

أ) $-\infty$
ب) لا وجود لها، لأنّ النهايتين الجانبيّتين مختلفتان
ج) $+\infty$

5. تابعٌ معرّف عند 2 وقيمته هناك 3 ، وقيل إنّه لا نهاية له عند 2 . هل هذا ممكن؟

أ) لا، لأنّ التابع معرّف عند 2
ب) لا، لأنّ النهاية هي قيمة التابع دائماً
ج) نعم، والكتاب يعطي مثالاً مضادّاً على ذلك

6. ما نهاية هذا التابع عند 0 من اليسار؟

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

أ) 1
ب) -1
ج) 0

7. ما نهاية هذا التابع عند 0 ؟

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

أ) 0
ب) لا وجود لها، لأنّ النهايتين الجانبيّتين مختلفتان
ج) 1

8. ما نهاية هذا التابع عند 1 من اليمين؟

$$f(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

أ) $-\infty$
ب) $+\infty$
ج) 1

9. ما نهاية هذا التابع عند 1 من اليسار؟

$$f(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

أ) $+\infty$
ب) $-\infty$
ج) -2

10. ما معادلة المقارب الأفقي للخطّ البياني لهذا التابع؟

$$f(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

أ) $y = 3$
ب) $x = 1$
ج) $y = 1$

11. التابع المعطى معرّف على المجال $]0, +\infty[$. ما نهايته عند 0 ؟

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

أ) 0
ب) لا معنى للسؤال، لأنّ الصفر ليس من مجموعة التعريف
ج) هي $+\infty$ ، والدراسة من اليمين وحدها

12. التابع g معرّف على $[0, 5]$ ، ويساوي 1 على $[0, 2[$ ويساوي 3 على $[2, 5]$. ما نهايته عند 2 من اليسار؟

أ) 3
ب) 1
ج) لا وجود لها

13. أيّ العبارات الآتية يصف المقارب الشاقولي وصفاً صحيحاً؟

أ) المستقيم $y = a$ حين تكبر قيم التابع بلا حدّ قرب a
ب) المستقيم $x = a$ حين تكبر قيم التابع بلا حدّ بالقيمة المطلقة قرب a
ج) المستقيم الذي لا يقطعه الخطّ البياني في أيّ نقطة

14. ما نهاية هذا التابع عند -2 من اليمين؟

$$f(x) = 3x - 5 + \frac{2}{x + 2}$$

أ) $-\infty$
ب) -11
ج) $+\infty$

15. ما نهاية هذا التابع عند -1 من اليمين؟

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$$

أ) $-\infty$
ب) $+\infty$
ج) 2

16. ما نهاية هذا التابع عند -1 ؟

$$f(x) = \frac{5x + 1}{x + 1}$$

أ) $+\infty$
ب) لا وجود لها، لأنّ النهايتين الجانبيّتين مختلفتان
ج) 5

سلّم التصحيح

1. أ صحيح. على اليمين يكون x موجباً وصغيراً، ومقلوب عدد موجب صغير عددٌ موجب كبير. وهذا أحد مثالَي الكتاب على النهايات الجانبيّة.

2. ج صحيح. على اليسار x سالب وصغير بالقيمة المطلقة، فالمقلوب سالب وكبير. والنهايتان الجانبيّتان مختلفتان، فلا نهاية للتابع عند 0.

3. أ صحيح. المقام ينعدم عند 4 والبسط لا ينعدم، فالقيم تكبر بلا حدّ قرب 4 والمقارب الشاقولي معادلته $x = 4$.

4. ج صحيح. البسط يقترب من 4 وهو غير معدوم، والمقام مربّع موجب ينعدم، فالقيم تكبر بلا حدّ من الجهتين معاً و $x = 1$ مقارب شاقولي.

5. ج صحيح. التابع الذي يساوي 1 على $[0, 2[$ و 3 على $[2, 5]$ قيمته عند 2 هي 3 ، ولا نهاية له هناك، لأنّ القيم على اليسار تبقى 1.

6. ب صحيح. عند $x < 0$ يكون $|x| = -x$ ، فالكسر يساوي -1 على كامل اليسار، ونهايته من اليسار -1.

7. ب صحيح. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -1$ و $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +1$ ، والنهاية عند 0 توجد فقط إذا تساوت الجهتان.

8. أ صحيح. البسط يقترب من -2 وهو سالب، والمقام موجب وصغير على اليمين، فسالبٌ على موجب صغير يعطي $-\infty$.

9. أ صحيح. البسط سالب والمقام سالب وصغير بالقيمة المطلقة، وسالب على سالب موجب. الإشارة وحدها هي التي قلبت الجواب عن جهة اليمين.

10. ج صحيح. الحدّ الأكبر في البسط والمقام هو x في كليهما، فالنهاية عند الطرفين 1 ، والمقارب الأفقي معادلته $y = 1$.

11. ج صحيح. مهما كبر M كان $\frac{1}{\sqrt{x}} > M$ متى كان $0 < x < \frac{1}{M^2}$. ومجموعة التعريف لا تسمح إلّا باليمين، فنكتب دليل الجهة 0^+.

12. ب صحيح. على كامل المجال $[0, 2[$ يكون $g(x) = 1$ ، فالنهاية من اليسار 1. ولأنّها تخالف نهاية اليمين، لا نهاية للتابع عند 2.

13. ب صحيح. ويكفي أن يقع ذلك من جهة واحدة، ولا يلزم أن تتساوى الجهتان: $\frac{1}{x}$ لا نهاية له عند 0 ومع ذلك $x = 0$ مقارب شاقولي.

14. ج صحيح. الجزء $3x - 5$ يقترب من -11 وهو عدد منتهٍ، والكسر $\frac{2}{x+2}$ يكبر بلا حدّ على اليمين، فالمجموع يكبر بلا حدّ.

15. أ صحيح. البسط يقترب من -3 وهو سالب، والمقام $x + 1$ موجب وصغير على اليمين، فالكسر سالب وكبير بالقيمة المطلقة.

16. ب صحيح. البسط يقترب من -4 ، والمقام يغيّر إشارته عند -1 ، فالنهاية $-\infty$ من اليمين و $+\infty$ من اليسار. والمستقيم $x = -1$ مقارب شاقولي رغم ذلك.

نهاية تابع عند عدد حقيقي . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 25 إلى 28 . basita123.com