

## بسيطة ✨

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

## ورقة تمارين: التوافيق

التحليل التوافقي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. كم توفيقاً تمثله الكتابتان  $\{0, 1\}$  و  $\{1, 0\}$  معاً؟

(أ) اثنان، لأنّ الترتيب مختلف

(ب) لا شيء منهما توفيق

(ج) واحد، فهما المجموعة نفسها

2. ما هو التوفيق الذي يضمّ  $r$  عنصراً من مجموعة  $E$  ؟

(أ) كلّ مجموعة جزئية مؤلفة من  $r$  عنصراً من  $E$

(ب) كلّ قائمة دون تكرار طولها  $r$  من  $E$

(ج) كلّ مجموعة جزئية من  $E$  أيّاً كان عدد عناصرها

3. تختار ثلاثة لاعبين من أحد عشر لاعباً ليركلوا ضربات الجزاء، والترتيب الذي يركلون به مهمّ. أيّ عددٍ تحسب؟

(أ)  $\binom{11}{3}$

(ب)  $P_{11}^3$

(ج)  $11^3$

4. ما العلاقة الصحيحة بين  $\binom{n}{r}$  و  $P_n^r$  ؟

(أ)  $\binom{n}{r} = P_n^r \times r!$

(ب)  $\binom{n}{r} = \frac{P_n^r}{r!}$

(ج)  $\binom{n}{r} = P_n^r - r!$

5. ما قيمة  $\binom{5}{7}$  ؟

(أ)  $21$  ، فالرمزان يتبادلان

(ب) قيمة سالبة، لأنّ  $!(7 - 5)$  في المقام

(ج) غير معرّف، لأنّ الشرط  $0 \leq r \leq n$  غير محقق

6. ما قيمة  $\binom{n}{0}$  ؟

(أ) 1

(ب) 0

(ج)  $n$

7. ما قيمة  $\binom{n}{1}$  ؟

(أ)  $n$

(ب) 1 ، لأنّ الرقم السفلي واحد

(ج)  $n!$

8. ما قيمة  $\binom{n}{n}$  ؟

(أ)  $n$

(ب)  $n!$

(ج) 1

9. في حزمة الحزم على مجموعةٍ فيها خمسة عناصر و  $r = 3$  : ما الذي يمثله العدد  $3!$  ؟

(أ) عدد الحزم

(ب) عدد الترتيب داخل الحزمة الواحدة

(ج) عدد الترتيب الثلاثية كلّها

10. من 32 بطاقة، ثمانٍ منها حمراء، كم سحباً من خمس بطاقات يضمّ تماماً بطاقتين حمراوين؟

(أ)  $\binom{8}{2} \times \binom{24}{3}$

(ب)  $\binom{8}{2} \times \binom{30}{3}$

(ج)  $\binom{32}{5} - \binom{24}{5}$

11. كم سحباً من خمس بطاقات يضمّ على الأقلّ بطاقةً واحدةً تحمل الرقم 1 ؟ (أربع بطاقاتٍ تحمل الرقم 1 .)

(أ)  $\binom{4}{1} \times \binom{28}{4}$

(ب)  $\binom{28}{5} - \binom{32}{5}$

(ج)  $\binom{32}{5} - \binom{28}{5} = 103096$

12. في بعض الكتب القديمة تجد الرمز  $C_9^4$  . ماذا يساوي بالترميز المستعمل اليوم؟

(أ)  $\binom{4}{9}$

(ب)  $\binom{9}{4}$

(ج)  $P_9^4$

## سَلَم التصحيح

1. **ج** نعم، وهذه هي الجملة التي يقوم عليها الدرس كلّهُ. الاختبار قبل كلّ حساب: هل يتغيّر الجواب إذا غيّرتَ مواضع العناصر؟ هنا لا، فالعدّ عدّ توافيق.
2. **أ** نعم، بنصّ تعريف الكتاب، بشرط  $0 \leq r \leq n$  . ولاحظ ما ليس في التعريف: لا ذكر لترتيبٍ ولا لمواضع.
3. **ب** نعم. ترتيب الركّل يغيّر الحالة، فالقائمة هي المطلوب لا المجموعة. والعلاقة بينهما  $P_{11}^3 = \binom{11}{3} \times 3!$  .
4. **ب** نعم، وهي المبرهنة نفسها مقلوبة:  $P_n^r = \binom{n}{r} \times r!$  . كلّ توفيقٍ ينهار إليه  $r!$  ترتيباً، فالقسمة تزيل التكرار.
5. **ج** نعم، ولا يحتاج الأمر إلى صيغة: من خمسة عناصر لا تُبنى مجموعةٌ جزئيةٌ فيها سبعة. تحقّق من الشرط قبل أن تكتب الكسر.
6. **أ** نعم. المجموعة الجزئية الوحيدة التي فيها صفر عنصر هي المجموعة الخالية، وهي موجودة. اسأل «كم مجموعةٌ جزئيةٌ بهذا الحجم» ويخرج الجواب بلا صيغة.
7. **أ** نعم. لكلّ عنصرٍ مجموعةٌ جزئيةٌ واحدة تضمّه وحده، فعددها بقدر عناصر  $E$  . يريها الكتاب على  $E = \{u, v, w, x\}$  : أربع مجموعات لأربعة عناصر.
8. **ج** نعم، وهي  $E$  بكاملها. ولاحظ التناظر مع  $\binom{n}{0} = 1$  : أخذ كلّ شيءٍ وأخذ لا شيء، كلاهما بطريقةٍ واحدة.
9. **ب** نعم. المجموعة الجزئية الواحدة تُرتّب بـ  $3! = 6$  طرائق، وهي السّنة المكتوبة في جدول الدرس. ومن  $3! \times q = 60$  يخرج  $q = 10$  .
10. **أ** نعم. «تماماً» شرطان: اثنتان حمراوان من الثماني، وثلاثٌ من غير الحمراء وحدها، وعددها  $32 - 8 = 24$  . الناتج  $28 \times 2024 = 56672$  .
11. **ج** نعم، وهذا طريق الكتاب. «على الأقلّ واحدة» تنقلب إلى «ولا واحدة»، وهي حالةٌ واحدةٌ بسيطة: اختر الخمس من الـ 28 التي لا تحمل الرقم 1 .
12. **ب** نعم. في القديم يكتب حجم المجموعة تحت وعدد المختار فوق، وفي الجديد بالعكس. العدد واحد، والكتاب يذكر ذلك في حاشيةٍ ويلتزم بالجديد.