



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: تقاطع ثلاثة مستويات

المستقيمات والمستويات في الفراغ . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. المعادلة $2x - y + z - 4 = 0$ في الفراغ تصف:

(أ) مستقيماً

(ب) نقطة

(ج) مستويًا

2. لتعيين $P_1 \cap P_2 \cap P_3$ هندسيًا، لماذا يبدأ الكتاب؟(أ) بتعيين $P_1 \cap P_2$ ثم قطعه بـ P_3

(ب) بجمع المعادلات الثلاث في معادلة واحدة

(ج) بحساب الأشعة النازمة الثلاثة ثم جمعها

3. لماذا يفترض الكتاب أن المستويات الثلاثة مختلفة مثنى مثنى؟

(أ) لأن المستويات المنطبقة لا تتقاطع

(ب) لأن انطباق اثنين منها يعيد المسألة إلى تقاطع مستويين، وقد درست قبل ذلك

(ج) لأن الجملة لا تُحل إلا عندئذ

4. الشعاعان النازمان لمستويين مرتبطين خطيًا. ما الذي لم يُحسم بعد؟

(أ) لا شيء، فهما منطبقان

(ب) هل هما منطبقان أم متوازيان ومختلفان

(ج) لا شيء، فهما متوازيان ومختلفان

5. اقسم معادلة $-2x - 2y + 4z - 1 = 0$ لتأخذ الصورة التي أول معاملها 1 . ماذا تجد؟(أ) $x + y - 2z - \frac{1}{2} = 0$ (ب) $x + y - 2z - 1 = 0$ (ج) $x + y - 2z + \frac{1}{2} = 0$ 6. المستوي $P : -x + 2y + 3z - 5 = 0$. أي سطر يوافقه في الجملة؟(أ) $-x + 2y + 3z = 5$ (ب) $-x + 2y + 3z = -5$ (ج) $-x + 2y - 3z = 5$ 7. في الجملة $-x + 2y + 3z = 5$ و $3x - y - 4z = -5$ ، نجمع إلى السطر الثاني ثلاثة أمثال الأول. ما الناتج؟(أ) $5y + 5z = 10$ (ب) $5y + 5z = -5$ (ج) $5y + 5z = 0$ 8. بعد أن وجدت $z = 2$ ، عوّضت في السطر الأول $-x + 2y + 3z = 5$ مباشرة. ماذا يحدث؟(أ) تخرج قيمة x (ب) تخرج قيمة y

(ج) تبقى معادلةً بمجهولين، فلا تخرج قيمةً واحدة

9. حلّ الجملة هو $(x, y, z) = (1, 0, 2)$. ما جواب السؤال الهندسي؟

(أ) أنّ الجملة تقبل حلاً وحيداً

(ب) أنّ المستويات تتقاطع في النقطة $I(1, 0, 2)$

(ج) أنّ المستويات تتقاطع في مستقيم يمرّ بـ $(1, 0, 2)$

10. تقاطع ثلاثة مستويات مستقيم Δ . كيف يقبل الجدول أن يُعرّف Δ ؟

(أ) بائنتين من المعادلات الثلاث

(ب) بتمثيلٍ وسيطيٍّ فقط

(ج) بمعادلةٍ واحدةٍ من الثلاث

11. جملة لا تقبل حلاً وحيداً. ما الذي يمكن أن يكون تقاطع مستوياتها؟

(أ) خالياً لا غير

(ب) مستقيماً لا غير

(ج) خالياً، أو مستقيماً، أو مستوياً

12. وجدت أنّ P_1 و P_3 متوازيان ومختلفان. هل تحتاج إلى P_2 ؟

(أ) نعم، فلا يُحكم قبل النظر في المستويات الثلاثة

(ب) لا، فالتقاطع خالٍ مهما كان P_2

(ج) لا، ويكفي أن تنظر في مستويين أيّاً كانا

سَلَم التصحيح

1. ج نعم، وشعاعه الناظم $\vec{n}(2, -1, 1)$ يُقرأ من المعاملات بلا حساب. وهذه هي الترجمة التي يبنى عليها الدرس كله.
2. أ نعم، خطوتان. والفائدة أنّ الخطوة الثانية درّس سابق: إن كان $P_1 \cap P_2$ مستقيماً فأنت أمام مستقيم ومستوي.
3. ب نعم، الفرض يقطع الحالة المعروفة سابقاً ويُبقي الجديد. ولهذا هو فرض لبناء الفقرة، وليس خاصّةً للمستويات: جدول الصفحة التالية يصنّف كلّ الحالات بلا فرض.
4. ب نعم، بقي احتمالان والفصل بينهما بخطوة: اقسم إحدى المعادلتين لتتفق الصورتان، ثمّ قارن الحدّ الثابت. هكذا يفعل المثال الأول بـ -1 و $-\frac{1}{2}$.
5. ج نعم، القسمة على -2 تقلب إشارة كلّ حدّ بما فيه الثابت. وبهذه الصورة تصير المقارنة مع $x + y - 2z + 1 = 0$ ممكنة، والحدّان $\frac{1}{2}$ و 1 مختلفان.
6. أ نعم، نقل الحدّ الثابت يقلب إشارته. والكتاب يفعل ذلك في السطور الثلاثة بلا تعليق، فانظر إليه بنفسك قبل أن تبدأ الحذف.
7. أ نعم. على اليسار $3x - 3x = 0$ و $-y + 6y = 5y$ و $-4z + 9z = 5z$ ، وعلى اليمين $10 = 5 \times 3 - 5$. ثمّ اقسم على 5 فيصير السطر $y + z = 2$.
8. ج نعم، $-x + 2y = -1$ وحدها لا تحسم شيئاً. والترتيب هو الحلّ: ضع z في السطر الذي فيه y وحده، ثمّ ضع الاثنين في السطر الأول.
9. ب نعم، والسؤال الذي يطلب «تعيين إحداثياتها» يطلب الجوابين معاً: الحلّ الوحيد للجملة، والنقطة التي يمثلها.
10. أ نعم، وهذا نصّ الجدول. فجوابٌ يترك Δ موصوفاً بمعادلتين جواباً تامّ، ولا يُنقص منه شيء.
11. ج نعم، وهذه هي الثلاثة الباقية في الجدول. ولهذا لا يكفي أن تعرف أنّ الحلّ الوحيد مستحيل، بل عليك أن تفصل بين الثلاثة بالحساب.
12. ب نعم، وهذا ما يفعله المثال الأول في الكتاب: ينتهي دون أن يستعمل P_2 مرّةً واحدة، ولا ينبّه إلى ذلك.

تقاطع ثلاثة مستويات . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 77 إلى 79 . basita123.com