



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: المستقيم والمستوي بصفتيها مراكز أبعاد متناسبة

المستقيمت والمستويات في الفراغ . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. في مبرهنة 1، ما الذي يفرّق بين المستقيم (AB) والقطعة $[AB]$ ؟

- (أ) مجموع المعاملين
(ب) عدد النقاط المثقّلة
(ج) مجال t

2. M مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, -2)$ و $(B, 1)$ ، فحسب $t = -1$. ما الحكم؟

- (أ) الحساب سليم، و M على المستقيم (AB) خارج القطعة
(ب) خطأ في الحساب، ف t يجب أن تكون في $[0, 1]$
(ج) الحساب سليم، و M منتصف $[AB]$

3. أي زوج من النقاط المثقّلة لا يعطي مركز أبعاد متناسبة أصلاً، مع $A \neq B$ ؟

- (أ) $(A, 3)$ و $(B, -3)$
(ب) $(A, -2)$ و $(B, 1)$
(ج) $(A, 0)$ و $(B, 5)$

4. أي شرط على المعاملات يعطي داخل المثلث ABC بالضبط؟

- (أ) $\alpha \geq 0$ و $\beta \geq 0$ و $\gamma \geq 0$ و $\alpha + \beta + \gamma > 0$
(ب) $\alpha > 0$ و $\beta > 0$ و $\gamma > 0$
(ج) $\alpha + \beta + \gamma = 1$

5. M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 2)$ و $(B, 3)$ و $(C, 0)$ ، و ABC مثلث. أين تقع M ؟

- (أ) داخل المثلث ABC
(ب) على القطعة $[AB]$ ، أي على حدود المثلث
(ج) في النقطة C

6. M في المستوي (ABC) وتحقق $\vec{AM} = 3\vec{AB} + \vec{AC}$. ما المعاملات الثلاثة؟

- (أ) $(A, 1)$ و $(B, 3)$ و $(C, 1)$
(ب) $(A, -3)$ و $(B, 1)$ و $(C, 3)$
(ج) $(A, -3)$ و $(B, 3)$ و $(C, 1)$

7. في مبرهنة 3 تظهر المعاملات $(A, 1 - x - y)$ و (B, x) و (C, y) . ما x و y ؟

(أ) إحداثيًا النقطة M في معلمٍ متجانس

(ب) معاملان، ويجوز أن يكونا سالبين

(ج) عدداً موجبان تماماً، لأنّ M داخل المثلث

8. M مركز (A, α) و (B, β) و (C, γ) ، وجمعت B و C في نقطة I . بأيّ معاملٍ تدخل I ؟

(أ) $\beta + \gamma$

(ب) 1

(ج) 2 ، لأنها تنوب عن نقطتين

9. في المثال الأول جمعت $(A, 2)$ مع $(D, 1)$ و $(C, 1)$ مع $(B, 2)$ ، فخرجت G . ماذا تفعل بعد ذلك؟

(أ) تُجمع النقاط الأربع نفسها بمعاملاتها نفسها بطريقة ثانية

(ب) تتوقف، فالتجميع الأول أعطى G وهذا كافٍ

(ج) تُغيّر معاملات النقاط الأربع ثم تُجمع من جديد

10. K مركز $(A, 1)$ و $(B, 2)$ و $(C, 1)$ و $(H, 1)$ ، وتريد أن يظهر منتصفاً $[AB]$ و $[BC]$. ما الخطوة؟

(أ) لا يجوز تفكيك معامل، فتبحث عن تجميع آخر

(ب) تستبدل $(B, 2)$ بـ $(B, 1)$

(ج) تكتب $(B, 2)$ على صورة $(B, 1)$ و $(B, 1)$

11. لإثبات وقوع أربع نقاط في مستوي واحد، ما الذي تُثبتته؟

(أ) أن إحداها مركز الأبعاد متناسبة للنقطتين الآخرين

(ب) أن إحداها مركز الأبعاد متناسبة للنقاط الثلاث الأخرى

(ج) أن مجموع معاملاتها يساوي 1

12. أثبت أن كلّ مركزٍ للنقاط (A, α) و (B, β) و (C, γ) بمعاملاتٍ موجبةٍ تماماً يقع داخل المثلث. هل تمّ برهان

نتيجة 2؟

(أ) نعم، هذا هو نصّ النتيجة

(ب) لا، يبقى أن تُدرس الحالة $\alpha = 0$

(ج) لا، يبقى أن تُثبت أن كلّ نقطةٍ داخل المثلث تُكتب على هذه الصورة

سَلَم التصحيح

1. ج نعم. الشرط الشعاعي واحدٌ حرفاً بحرف في ① و ②، والمجال وحده يتغير: $\mathbb{R}$ تعطي المستقيم، و $[0, 1]$ تعطي القطعة.
2. أ نعم. النقطة ① من مبرهنة 1 تدع t تتحول في $\mathbb{R}$ كلها، فالقيمة السالبة هي الحال العام على المستقيم. و $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB}$ تضع M من الجهة الأخرى لـ A .
3. أ نعم، المجموع $3 - 3 = 0$. والشرط يصير $3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ ، أي $3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ، وهي مستحيلة لأن $A \neq B$. لا نقطة تحلها.
4. ب نعم، موجبة تماماً وكل على حدة. هذا نص نتيجة 2، والعلامة $>$ فيها ليست تفصيلاً: هي الفرق بين الداخل والحدود.
5. ب نعم. المعامل المعلوم يخرج C من الشرط، فيبقى $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ بمعاملين موجبين، وذلك يضع M بين A و B .
6. ج نعم. $x = 3$ و $y = 1$ ، فالمعامل الأول $3 - 3 - 1 = -1$ ، والمجموع $-3 + 3 + 1 = 1$ كما يجب.
7. ب نعم. جاء من التفكير $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ، والمبرهنة لا تشترط عليهما إشارة. مجموعهما مع المعامل الأول يبقى 1 على كل حال.
8. أ نعم، النائب يرث مجموع معاملات من ناب عنهم. ولذلك يكتب الكتاب $(I, \beta + \gamma)$ في برهان نتيجة 2.
9. أ نعم، وهذه هي فكرة الحل كلها. التجميع الثاني $(I, 4)$ و $(K, 2)$ هو الذي يدخل I و K في الحساب ويثبت الاستقامة.
10. ج نعم، والكتاب يطبع القائمة بخمس نقاطٍ مثقلة على هذه الصورة. المجموع يبقى 5، فالنقطة لا تتحرك، و B تخدم تجميعين.
11. ب نعم، وهذا ما تقوله ملاحظة الكتاب صفحة 69. ثلاث نقاطٍ باقية تعين مستويًا، ومبرهنة 3 تترجم ذلك إلى انتماء.
12. ج نعم، وهو الاتجاه الذي يبدأه الكتاب بكلمة «وبالعكس» أعلى صفحة 68. النتيجة مساواة بين مجموعتين، والمساواة تحتاج احتواءين.