



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: مصطلحات المنطق الرياضي

مصطلحات المنطق الرياضي . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. القضية «إذا كان $x = 2$ فإن $x^2 = 4$ » صحيحة. ماذا تقول عن عدد حقيقي $x \neq 2$ ؟

(أ) إن $x^2 \neq 4$

(ب) إن $x^2 = 4$

(ج) لا تقول عنه شيئاً

2. القضية «إذا قُبِلَ العدد الطبيعي n القسمة على 6 ، قُبِلَها على 3» صحيحة. ما حال الاقتضاء المعاكس لها؟

(أ) صحيح، لأنَّ الأصل صحيح

(ب) لا يمكن الحكم عليه

(ج) خطأ، والعدد 15 مثالٌ مضادّ

3. في الاقتضاء «إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ، فإنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع»، ما الشرط الكافي؟

(أ) أن يكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

(ب) أن يكون $ABCD$ متوازي الأضلاع

(ج) لا شرط كافياً في اقتضاء

4. التابع f اشتقاقيٌّ على مجالٍ مفتوح I ، و c من I . ما وصف الشرط $f'(c) = 0$ بالنسبة إلى أن تكون $f(c)$ قيمةً حدّية محليّاً؟

(أ) شرط لازم، وليس كافياً

(ب) شرط كافٍ

(ج) شرط لازم وكافٍ

5. أيّ القضايا الآتية صحيحة أياً كان العدد الحقيقي x ؟

(أ) $x \leq 2 \Leftrightarrow x^2 \leq 4$

(ب) $x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$

(ج) $x^2 \leq 4 \Leftrightarrow x \geq -2$

6. متى تصحّ القضية « $a \leq b$ إذا وفقط إذا كان $a^2 \leq b^2$ »؟

(أ) أياً كان العددين الحقيقيّان a و b

(ب) إذا كان a و b سالبين

(ج) إذا كان a و b موجبين

7. أيّ الكتابات الآتية تستعمل الرمز $\Rightarrow$ استعمالاً صحيحاً؟

(أ) «نطرح المعادلتين $\Rightarrow$ نجمع الحدود المتشابهة»

(ب) « f تابع $\Rightarrow$ مشتقّه »

(ج) « $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ »

8. ما مجموعة حلول المعادلة $(x^2 - 1)(x - 1) = 0$ في $\mathbb{R}$ ؟

(أ) $\{-1\}$ ، لأن العاملين ينعدمان معاً عند $x = 1$

(ب) $\{-1, 1\}$

(ج) $\{1\}$

9. في حالة عددين حقيقيين a و b ، ما الذي يكافئ $a^2 + b^2 = 0$ ؟

(أ) $a = 0$ و $b = 0$

(ب) $a = 0$ أو $b = 0$

(ج) $a = -b$

10. القضية «يوجد عدد طبيعي n يحقق $n^2 + n - 30 = 0$ ». كيف نُثبتها؟

(أ) يكفي عدد واحد يحققها، مثل 5

(ب) بالتحقق عند كل عدد طبيعي

(ج) لا يمكن إثباتها، لأن أحد جذري المعادلة سالب

11. تحققت أن $n^2 - n + 41$ عدد أولي عند $n = 1, 2, \dots, 10$. ماذا تستنتج من ذلك عن القضية «

$n^2 - n + 41$ أولي أيّاً كان العدد الطبيعي n ؟»

(أ) هي صحيحة، فعشرة أمثلة تكفي

(ب) حالة حادية عشرة صحيحة تكفي لإثباتها

(ج) لا شيء بعد: الأمثلة لا تثبت قضية شمول

12. ما نفي القضية «جميع الأعداد الأولية فردية»؟

(أ) جميع الأعداد الأولية زوجية

(ب) يوجد عدد أولي غير فردي

(ج) يوجد عدد أولي فردي

13. ما نفي القضية «المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين»؟

(أ) المثلث ABC ليس قائماً أو ليس متساوي الساقين

(ب) المثلث ABC ليس قائماً وليس متساوي الساقين

(ج) المثلث ABC قائم وليس متساوي الساقين

14. ما نفي القضية «يوجد عدد طبيعي n ينتهي مربّعه، مكتوباً وفق النظام العشري، بالرقم 3» ؟

(أ) يوجد عدد طبيعي لا ينتهي مربّعه بالرقم 3

(ب) أيّاً كان العدد الطبيعي n ، لا ينتهي مربّعه بالرقم 3

(ج) لا يوجد عدد طبيعي ينتهي بالرقم 3

15. لإثبات «إذا كان f اشتقاقياً عند a كان مستمراً عند a » بنقض الفرض بمعنى دليل المدرّس، ماذا نُثبت؟

(أ) إذا كان f مستمراً عند a كان اشتقاقياً عنده

(ب) إذا لم يكن f مستمراً عند a لم يكن اشتقاقياً عنده

(ج) إذا لم يكن f اشتقاقياً عند a لم يكن مستمراً عنده

- 16.** يكتب كتابك على الصفحة 104 : «لنفكر بأسلوب نقض الفرض. لنفترض أن...»، ثم يصل إلى ما «يناقض تعريف نهاية متتالية». أي طريقة هذه؟
- أ) إثبات « $\neg(P) \Rightarrow \neg(Q)$ » كما في دليل المدرّس
- ب) برهان بالتدريج
- ج) البرهان بالخلف: نفترض العكس فنصل إلى تناقض

سَلَم التصحيح

1. ج نعم. الاقتضاء يتكلم عن الحالة التي يصح فيها الفرض وحدها. متى كان $x \neq 2$ قد يكون $x^2 = 4$ كما عند -2 ، وقد لا يكون.
2. ج نعم. المعاكس «إذا قيل n القسمة على 3 قبلها على 6»، و 15 يقبل القسمة على 3 ولا يقبلها على 6 .
3. أ نعم. يكفي أن يتحقق هذا الشرط كي يكون $ABCD$ متوازي الأضلاع.
4. أ نعم. إذا كانت $f(c)$ قيمةً حدّيةً كان $f'(c) = 0$ ، والعكس لا يصح دائماً، ومثاله x^3 عند الصفر.
5. ب نعم، والاتّجاهان كلاهما صحيحان.
6. ج نعم، وهذا مثال الدليل. و«موجب» بمعنى كتابك: أكبر من الصفر أو يساويه.
7. ج نعم. قضيتان، الأولى تقتضي الثانية.
8. ب نعم. $x - 1 = 0$ أو $x^2 - 1 = 0$ ، أي $x = 1$ أو $x = -1$. وعند $x = 1$ ينعدم العاملان كلاهما، و«أو» لا تمنع ذلك.
9. أ نعم. هنا «و» لا «أو»، بخلاف $a \times b = 0$.
10. أ نعم. $25 + 5 - 30 = 0$ ، وقضيّة الوجود يكفيها مثالٌ صحيح.
11. ج نعم. بل إنّ القضيّة خطأ: عند $n = 41$ يكون المقدار 41^2 ، وليس أولياً.
12. ب نعم. تبدّل المكّم ونُفيت الخاصّة. ونفيها صحيح، فالعدد 2 أوليّ وزوجيّ.
13. أ نعم. نفي « (P_1) و (P_2) » هو « $\neg(P_1)$ أو $\neg(P_2)$ »، ويصحّ في ثلاث حالات.
14. ب نعم. نفي قضيّة وجود قضيّة شمول. وهذا النفي صحيح: أرقام أحاد المربّعات هي 0 و 1 و 4 و 5 و 6 و 9 .
15. ب نعم. نفي النتيجة يقتضي نفي الفرض، وهذا يكافئ الأصل.
16. ج نعم. الكتاب يسمّيه «نقض الفرض»، ودليل المدرّس يستعمل الاسم نفسه لإثبات $\neg(P) \Rightarrow \neg(Q)$. انظر في كلّ برهانٍ أيّهما يجري.

مصطلحات المنطق الرياضي . المصدر: دليل المدرّس، الجزء الأول، الصفحات 10 إلى 16 . basita123.com