

بسطة ✨

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: التابع اللوغاريتمي النبيري

التابع اللوغاريتمي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. بأيّ شرطين يُعرّف التابع اللوغاريتمي النبيري $\ln$ ؟

(أ) مشتقّه $\frac{1}{x}$ على $\mathbb{R}_+^*$ ، وينعدم عند $x = 1$

(ب) مشتقّه $\frac{1}{x}$ على $\mathbb{R}_+^*$ ، وينعدم عند $x = 0$

(ج) مشتقّه x على $\mathbb{R}$ ، وينعدم عند $x = 1$

2. ما مجموعة تعريف التابع $\ln$ ؟

(أ) $[0, +\infty[$

(ب) $]0, +\infty[$

(ج) $\mathbb{R}$

3. حلّ المتراجحة $\ln x > 0$.

(أ) $x \in]0, +\infty[$

(ب) $x \in]0, 1[$

(ج) $x \in]1, +\infty[$

4. إذا كان a و b موجبين تماماً وكان $\ln a < \ln b$ ، فماذا نستنتج؟

(أ) $a > b$

(ب) $a < b$

(ج) لا يمكن الاستنتاج إلا بمعرفة قيمتي a و b

5. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln(x^2)$ معرّفاً.

(أ) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

(ب) $]0, +\infty[$

(ج) $\mathbb{R}$

6. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\frac{1}{\ln x}$ معرّفاً.

(أ) $]0, +\infty[$

(ب) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

(ج) $]0, 1[\cup]1, +\infty[$

7. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln\left(\frac{x-3}{2-x}\right)$ معرّفاً.

(أ) $]3, +\infty[$

(ب) $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

(ج) $]2, 3[$

8. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln(1 - x)$ معرّفًا.

(أ) $]-\infty, 1[$

(ب) $]1, +\infty[$

(ج) $]0, +\infty[$

9. حلّ المعادلة $\ln(x - 2) = \ln(x^2 - 2)$.

(أ) $\mathcal{S} = \{0, 1\}$

(ب) $\mathcal{S} = \emptyset$

(ج) $\mathcal{S} = \{1\}$

10. حلّ المعادلة $\ln(2x) = \ln(x^2 - 1)$.

(أ) $\mathcal{S} = \{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$

(ب) $\mathcal{S} =]1, +\infty[$

(ج) $\mathcal{S} = \{1 + \sqrt{2}\}$

11. حلّ المتراجحة $\ln(x - 2) \leq \ln(2x - 1)$.

(أ) $\mathcal{S} = [-1, +\infty[$

(ب) $\mathcal{S} =]2, +\infty[$

(ج) $\mathcal{S} =]\frac{1}{2}, +\infty[$

12. في المتراجحة $\ln g(x) \leq \ln h(x)$ ، أي مجموعة تعريف تكفي وحدها لاختصار الحلّ؟

(أ) مجموعة تعريف g ، أي التابع الأصغر

(ب) مجموعة تعريف h ، أي التابع الأكبر

(ج) لا تكفي واحدة منهما، بل يجب تقاطعهما دائماً

سَلَم التصحيح

1. أ نعم، وهذان الشرطان معاً يحدّدان تابِعاً واحداً لا غير.
2. ب نعم، الأعداد الموجبة تماماً وحدها.
3. ج نعم. الصفر هو $\ln 1$ ، والتابع متزايدٌ تماماً، فالمتراجحة تكافئ $x > 1$.
4. ب نعم. التابع متزايدٌ تماماً، فترتيب اللوغاريتمين هو ترتيب العددين، في الاتجاهين.
5. أ نعم. الشرط هو $x^2 > 0$ ، ويتحقّق عند كلّ عددٍ حقيقيٍّ عدا الصفر.
6. ج نعم، شرطان لا شرط واحد: $x > 0$ لوجود اللوغاريتم، و $\ln x \neq 0$ أي $x \neq 1$ لوجود الكسر.
7. ج نعم. الكسر موجبٌ تماماً حين يكون البسط والمقام سالبين معاً، أي $x < 3$ و $x > 2$.
8. أ نعم. الشرط $1 - x > 0$ يكافئ $x < 1$.
9. ب نعم. مجموعة التعريف هي $]2, +\infty[$ ، والمعادلة الجبريّة $x^2 - x = 0$ تعطي 0 و 1 ، وكلاهما خارجها. لا حلّ.
10. ج نعم. مجموعة التعريف هي $]1, +\infty[$ ، والمعادلة $x^2 - 2x - 1 = 0$ تعطي $1 \pm \sqrt{2}$ ، والحلّ الثاني سالب فيُرفض.
11. ب نعم. التابع الأصغر هو $x - 2$ فمجموعته $]2, +\infty[$ ، والمتراجحة الجبريّة $x - 2 \leq 2x - 1$ تكافئ $x \geq -1$ ، وهي محقّقة على المجال كلّهُ.
12. أ نعم. إذا كان $g(x) > 0$ وكان $g(x) \leq h(x)$ فإنّ $h(x) > 0$ بالضرورة، فشرط h يتحقّق مجاناً.

التابع اللّوغاريتمي النبيري . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 135 إلى 138 . basita123.com