بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: دراسة التابع اللّوغاريتمي ln

التابع اللّوغاريتمي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما قيمة $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x$ ؟

أ) لا توجد، لأنّ التابع يستقرّ عند سقف

ب) $+\infty$

ج) 1

2. ما قيمة $\lim\limits_{x \to 0,\ x>0} \ln x$ ؟

أ) 0

ب) $+\infty$

ج) $-\infty$

3. لأيّ قيم العدد الحقيقيّ m يكون للمعادلة $\ln x = m$ حلّ في $]0, +\infty[$ ؟

أ) لكلّ m حقيقيّ، والحلّ وحيد

ب) للقيم الموجبة من m فقط

ج) للقيم غير المعدومة من m فقط

4. ما قيمة $\ln\left(e^3\right)$ ؟

أ) $3 \ln e$

ب) e

ج) 3

5. ما قيمة e^0 ؟

أ) 0

ب) 1

ج) e

6. حلّ المعادلة $\ln(1-2x) = -2$ في المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$.

أ) $x = \dfrac{1-e^{-2}}{2}$

ب) $x = \dfrac{1+e^{-2}}{2}$

ج) $x = \dfrac{1}{2} - 1$

7. حلّ المعادلة $(\ln x)^2 = 16$.

أ) $\mathcal{S} = \{e^{-4},\ e^4\}$

ب) $\mathcal{S} = \{e^4\}$

ج) $\mathcal{S} = \{4,\ -4\}$

8. حلّ المتراجحة $\ln(2-x) \geq 1$.

أ) $\mathcal{S} =]-\infty,\ 1]$

ب) $\mathcal{S} =]-\infty,\ 2-e]$

ج) $\mathcal{S} = [2-e,\ 2[$

9. ما ميل المماس للخطّ البياني للتابع $\ln$ عند النقطة التي فاصلتها x_0 ؟

أ) $\ln(x_0)$

ب) x_0

ج) $\dfrac{1}{x_0}$

10. ما معادلة المماس للخطّ البياني للتابع $\ln$ في النقطة $B(e,1)$ ؟

أ) $y = \dfrac{x}{e}$

ب) $y = \dfrac{x}{e} - 1$

ج) $y = x - 1$

11. ما المقارب للخطّ البياني للتابع $\ln$ ؟

أ) محور الفواصل

ب) لا مقارب له

ج) محور التراتيب

12. لإثبات أنّ $\ln x < 2\sqrt{x}$ عند كلّ $x > 0$ ، ما الطريق الذي يسلكه الكتاب؟

أ) التحقّق من المتراجحة عند عددٍ كافٍ من القيم

ب) دراسة اطّراد التابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$ وإيجاد أصغريّته

ج) رفع الطرفين إلى المربّع للتخلّص من الجذر

سلّم التصحيح

1. ب نعم. يصعد التابع بلا حدّ، وإن كان صعوده بطيئاً: للوصول إلى الارتفاع M يكفي أن نتجاوز الفاصلة 2^n حيث $n > \dfrac{M}{\ln 2}$.

2. ج نعم، ومحور التراتيب مقاربٌ شاقوليّ للخطّ البياني. يُبرهن ذلك بتغيير المتحوّل $u = \dfrac{1}{x}$.

3. أ نعم. التابع مستمرٌّ ومتزايدٌ تماماً وصورته $\mathbb{R}$ كاملة، فهو تقابل من $]0, +\infty[$ إلى $\mathbb{R}$.

4. ج نعم، وهذا معنى الرمز نفسه: e^3 هو العدد الذي لوغاريتمه 3.

5. ب نعم، لأنّ e^0 هو الحلّ الوحيد للمعادلة $\ln x = 0$، وهذا الحلّ هو 1.

6. أ نعم. بوضع $u = 1 - 2x$ تصير المعادلة $\ln u = -2$ وحلّها $u = e^{-2}$، ثمّ نعود إلى x.

7. أ نعم. بوضع $z = \ln x$ تصير $z^2 = 16$ أي $z = 4$ أو $z = -4$، ثمّ نعود بـ $x = e^z$.

8. ب نعم. نكتب $1 = \ln e$، فتكافؤ المتراجحة $2 - x \geq e$ أي $x \leq 2 - e$، وهذا داخل مجموعة التعريف $x < 2$.

9. ج نعم، لأنّ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$. ولاحظ أنّ الميل موجبٌ دائماً ويصغر كلّما ابتعدنا يميناً.

10. أ نعم، وهو يمرّ بمبدأ الإحداثيّات. الميل $\dfrac{1}{e}$، والحدّان الباقيان $\ln e - 1 = 0$.

11. ج نعم، وهو مقاربٌ شاقوليّ يتبع من $\lim\limits_{x \to 0,\ x>0} \ln x = -\infty$. ولا يُرسم عادةً خطّاً منفصلاً لأنّه المحور نفسه.

12. ب نعم. المشتق $\dfrac{x-1}{x\left(\sqrt{x}+1\right)}$ ينعدم عند 1، والأصغريّة $f(1) = 2$ موجبة، فالفرق موجبٌ على المجال كلّه.

دراسة التابع اللّوغاريتمي ln . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 143 إلى 146 . basita123.com