بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: التّعامد في الفراغ

الجداء السّلّمي في الفراغ . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. كيف يُدخل الكتاب التعامد في الفراغ؟

أ) بمبرهنةٍ تُبرهَن من الصيغة التحليليّة

ب) بنتيجةٍ مباشرة لصيغة الزاوية

ج) تعريفاً: جداءٌ سلّميٌّ معدوم

2. لماذا يشترط الكتاب $\overrightarrow{AB} \neq 0$ و $\overrightarrow{CD} \neq 0$ قبل الانتقال إلى المستقيمات؟

أ) لأنّ الشعاع المعدوم لا يعيّن مستقيماً

ب) لأنّ الجداء السّلّمي غير معرَّف عند الشعاع المعدوم

ج) لأنّ المستقيمين قد يكونان متخالفين

3. متى تصحّ الصيغة $xx' + yy' + zz' = 0$ دليلاً على التعامد؟

أ) في أيّ معلمٍ في الفراغ

ب) في معلمٍ متجانس وحده

ج) متى كانت المركّبات أعداداً صحيحة

4. أيُّ شرطٍ يضعه تعريف 4 على الشعاع الناظم؟

أ) أن يكون نظيمه يساوي الواحد

ب) أن يكون غير معدوم

ج) أن تكون بدايته على المستوي

5. لماذا يضيف الكتاب «بالإضافة إلى النّقطة A ذاتها» في وصف المستوي؟

أ) لأنّ A نقطةٌ مميّزة لا تشبه بقيّة نقاط المستوي

ب) لأنّ $\overrightarrow{AA} \cdot n$ لا يساوي صفراً

ج) لأنّ المستقيم (AA) غير موجود

6. ما الذي تصفه الجملة $\overrightarrow{AM} \cdot n = 0$ في آخر الصفحة 45؟

أ) مجموعة كلّ نقاط المستوي المارّ بـ A والناظم عليه n

ب) شرط انتماء M إلى المستقيم d

ج) شرط تعامد المستوي مع مستوٍ آخر

7. القاعدة تقول $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC'}$. ما الشرط على المستوي الذي نُسقط عليه؟

أ) أن يحوي المستقيم (AB)

ب) أن يكون عموديّاً على (AB)

ج) أن يمرّ بالنقطة A وكفى

8. لإثبات أنّ مستقيماً d عموديٌّ على مستوٍ $\mathcal{P}$ ، ما الذي يكفي؟

أ) أن يعامد شعاعُ توجيهه شعاعاً واحداً من $\mathcal{P}$

ب) أن يعامد شعاعُ توجيهه شعاعين من $\mathcal{P}$ ، أيّاً كانا

ج) أن يعامد شعاعُ توجيهه شعاعين مستقلّين خطّيّاً من $\mathcal{P}$

9. الناظمان n_1 و n_2 مرتبطان خطّيّاً. ماذا تستنتج؟

أ) المستويان متوازيان ومختلفان

ب) المستويان متوازيان أو منطبقان

ج) المستويان متقاطعان

10. في معلمٍ متجانس: $u\left(\sqrt{2},\,1+\sqrt{2},\,1-\sqrt{2}\right)$ و $v\left(-\sqrt{2},\,1,\,1\right)$. ما جداؤهما السّلّمي؟

أ) -2

ب) $2\sqrt{2}$

ج) 0

11. أوجد α ليتعامد $u\left(2,\,-\frac{1}{2},\,5\right)$ و $v\left(-\frac{2}{5},\,3,\,\alpha\right)$ في معلمٍ متجانس.

أ) $\alpha=-\frac{23}{50}$

ب) $\alpha=\frac{23}{50}$

ج) $\alpha=\frac{23}{10}$

12. $A\,(2,-5,1)$ و $B\,(0,2,6)$ ، والمستقيم d يمرّ بـ $C\,(-2,3,1)$ وشعاع توجيهه $u\,(-4,1,-3)$. أيّ حسابٍ يُثبت أنّ d عموديٌّ على (AB) ؟

أ) $\overrightarrow{AB}\cdot u=8+7-15=0$

ب) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

ج) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

سلّم التصحيح

1. ج نعم، تعريف 3 صفحة 45: يتعامد u و v إذا وفقط إذا كان $u \cdot v = 0$. لا برهان ولا اشتقاق، بل وضعٌ للكلمة.

2. أ نعم. $\overrightarrow{AB} = 0$ يعني $A = B$ ، ونقطتان منطبقتان لا تعيّنان مستقيماً. فالكلام عن تعامد (AB) يفقد معناه قبل أن يفقد صحّته.

3. ب نعم، وهو شرطٌ مكتوبٌ في تعريف 3 وملوّن. وصفحة 51 تعيده في خانة الأخطاء: لمسائل المسافات والتعامد لا تختر معلماً كيفيّاً.

4. ب نعم، والكتاب يكتبها مرّتين في التعريف الواحد: «الشّعاع غير الصّفريّ» ثمّ $n \neq 0$. ولو قبلنا المعدوم لتحقّق $\overrightarrow{AM} \cdot 0 = 0$ عند كلّ نقطة، فصار الفراغ كلّه مستوياً.

5. ج نعم. الوصف السابق يقول « (AM) عمودي على d »، وعند $M = A$ لا يوجد مستقيم. الاستدراك لازمٌ للصياغة بالمستقيمات، ويسقط تماماً في الصياغة الشعاعيّة.

6. أ نعم، وهي عقدة الدرس: المستوي لم يَعُد معطىً نتكلّم عنه، بل صار مجموعةً نصنعها من شرط. وعلى هذه الجملة يقوم الدرس الرابع كلّه.

7. أ نعم، وهذا نصّ الخلاصة: الإسقاط على المستقيم (AB) نفسه أو على كلّ مستوٍ يحويه. البرهان يحتاج (AB) داخل المستوي ليكون $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'C} = 0$.

8. ج نعم، والكتاب يكتب «زوج (v, w) من الأشعّة المستقلّة خطّياً». الاستقلال شرطٌ لا يُنسى: شعاعان متوازيان لا يفرشان مستوياً.

9. ب نعم، والحالتان لا تُفرَّقان بالناظمين. للفصل بينهما خذ نقطةً من أحد المستويين وانظر هل تحقّق شرط الآخر.

10. ج نعم: $-2 + \left(1 + \sqrt{2}\right) + \left(1 - \sqrt{2}\right) = 0$ ، فالشعاعان متعامدان. هذا هو البند ❷ من السؤال ① في تَدَرَّبْ صفحة 47.

11. ب نعم: $2 \times \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times 3 + 5\alpha = -\frac{23}{10} + 5\alpha = 0$ ، ومنه $\alpha = \frac{23}{50}$. هذا هو البند ❸ من السؤال ① صفحة 47.

12. أ نعم: $\overrightarrow{AB}\,(-2, 7, 5)$ ، فالجداء $8 + 7 - 15 = 0$. والنقطة C لا تدخل الحساب، وظيفتها تثبيت موضع d لا اتّجاهه.