الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: المعادلة الدّيكارتيّة لمستوٍ

الجداء السّلّمي في الفراغ . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

بسيطة

1. ماذا تقرأ مباشرةً من معاملات x و y و z في معادلة مستوٍ؟

أ) نقطةً من المستوي
ب) شعاعاً ناظماً على المستوي
ج) بُعد المستوي عن المبدأ

2. شرط مبرهنة 5 هو « a و b و c ليست جميعها معدومة». ماذا يعني ذلك بالضبط؟

أ) كلٌّ منها يجب أن يكون غير معدوم
ب) يُمنع أن تكون الثلاثة معدومةً في وقتٍ واحد
ج) يجب أن يكون واحدٌ منها على الأقلّ موجباً

3. هل $z = 2$ معادلة مستوٍ في الفراغ؟

أ) لا، لأنّ معاملَي x و y معدومان
ب) لا، إنّها مستقيم
ج) نعم، وناظمه $n\,(0, 0, 1)$

4. لماذا يحتاج الكتاب إلى الاتّجاه الثاني من مبرهنة 5، وهو أنّ كلّ معادلةٍ من ذلك الشكل تصف مستوياً؟

أ) لنعرف أنّ معادلةً مكتوبةً أمامنا تمثّل مستوياً فعلاً
ب) ليحسب البُعد بين مستويين
ج) ليبرهن أنّ المعادلة وحيدة

5. اكتب معادلة المستوي المارّ بـ $A\,(0, -3, 0)$ وناظمه $n\left(\sqrt{3}, 2, 0\right)$.

أ) $\sqrt{3}\,x + 2y + 0z - 3 = 0$
ب) $\sqrt{3}\,x + 2y - 6 = 0$
ج) $\sqrt{3}\,x + 2y + 6 = 0$

6. تريد مستوياً يوازي $\mathcal{P} : 5x - 3y + 4z - 8 = 0$. ما الذي تنقله كما هو؟

أ) الثابت -8
ب) المعاملات الثلاثة 5 و -3 و 4
ج) لا شيء، يُبحث عن ناظمٍ جديد

7. احسب بُعد $A\,(2, 1, 0)$ عن المستوي $x + y + z = 6$.

أ) $\frac{9}{\sqrt{3}}$
ب) $\sqrt{3}$
ج) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

8. ما الذي يقف في مقام صيغة البُعد؟

أ) نظيم الشعاع الناظم

ب) بُعد النقطة عن المبدأ

ج) الثابت d

9. لماذا يحمل بسط صيغة البُعد قيمةً مطلقة؟

أ) لأنّ المقام قد يكون سالباً

ب) لأنّ الجذر التربيعيّ يحتاج عدداً موجباً تحته

ج) لأنّ التعويض قد يعطي عدداً سالباً، والبُعد لا يكون سالباً

10. في برهان مبرهنة 6 يظهر $\left|n \cdot \overrightarrow{AA'}\right| = \|n\| \times AA'$. متى تصحّ هذه المساواة؟

أ) عندما يكون الشعاعان مرتبطين خطّيّاً

ب) كلّما كان الشعاعان متعامدين

ج) لأيّ شعاعين في الفراغ

11. $\mathcal{P} : 2x + y + 5 = 0$ و $\mathcal{Q} : 4x + 2y + z + 5 = 0$. أهما متقاطعان؟

أ) نعم، لأنّ $n_1\,(2,1,0)$ و $n_2\,(4,2,1)$ غير مرتبطين خطّيّاً

ب) لا، لأنّ المعاملين الأوّلين متناسبان

ج) نعم، لأنّهما متعامدان

12. النقطة A تقع على المستوي $\mathcal{P}$. ماذا تعطي صيغة البُعد؟

أ) قيمةً سالبة

ب) قيمةً غير معرّفة، لأنّ الحالة ممنوعة

ج) صفراً، وهو الجواب الصحيح

سلّم التصحيح

1. ب نعم، وهذا نصف قيمة مبرهنة 5: $n\,(a,b,c)$ بلا حساب. من $2x-y+3z-5=0$ تقرأ فوراً $n\,(2,-1,3)$.

2. ب نعم. صفرٌ واحد أو صفران مسموحان، والثلاثة معاً ممنوعة لأنّها تجعل الشعاع الناظم معدوماً وتُخرج المعادلة من كونها معادلة مستوٍ.

3. ج نعم. اكتبها $0x+0y+z-2=0$: المعاملات ليست جميعها معدومة، فالشرط محقّق. وهو مستوٍ أفقيّ يوازي مستوي xy .

4. أ نعم. من دون الاتّجاه الثاني، إذا رأيت $2x-y+3z-5=0$ فلا تعرف إن كانت مستوياً أم شيئاً آخر. الاتّجاه الأوّل وحده يقول: كلّ مستوٍ له معادلة، ولا يقول العكس.

5. ج نعم: $\sqrt{3}\,(x-0)+2\,(y+3)+0=0$. اختبرها بـ A : $0-6+6=0$. هذا هو البند ❹ من السؤال ① في تَدَرَّبْ صفحة 50.

6. ب نعم. المستويان المتوازيان يتشاركان الشعاع الناظم، فالمعاملات تُنقل حرفاً، ويُحسب الثابت وحده من شرط المرور بالنقطة المطلوبة.

7. ب نعم: البسط $|2+1+0-6|=3$ والمقام $\sqrt{3}$ ، والناتج $\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$. انقل الطرف الأيمن إلى اليسار قبل أيّ حساب.

8. أ نعم، $\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\|n\|$. ولذلك لا يتغيّر المقام مهما غيّرت النقطة: هو يخصّ المستوي وحده.

9. ج نعم، والبرهان يُظهر ذلك صراحةً: $\overrightarrow{AA'}\cdot n=-\,(a\alpha+b\beta+c\gamma+d)$. إشارة التعويض تخبرك في أيّ جهةٍ من المستوي تقع النقطة، والقيمة المطلقة تلغي هذه المعلومة لأنّ البُعد لا يحتاجها.

10. أ نعم، وهنا هما كذلك لأنّ كليهما عمودٌ على $\mathcal{P}$. الكتاب يذكر الارتباط الخطّي ثمّ يكتب المساواة بلا أن يقول إنّها نتيجته، وهذه هي الفجوة التي يملؤها هذا الدرس.

11. أ نعم. لا يوجد عددٌ k يحقّق $n_2=k\,n_1$ ، لأنّ $k=2$ المأخوذ من المركّبتين الأوليين يعطي 0 في الثالثة لا 1 . فالمستويان متقاطعان. هذا هو البند ❷ من السؤال ④ صفحة 50.

12. ج نعم. إحداثيّات A تحقّق المعادلة، فالبسط صفر، والبُعد صفر. مبرهنة 6 لا تشترط أن تكون النقطة خارج المستوي، فلا داعي للتوقّف عن الحساب.

المعادلة الدّيكارتيّة لمستوٍ . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 48 إلى 50 . basita123.com