بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الجداء السّلّمي في الفراغ

الجداء السّلّمي في الفراغ . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. على أيّ شيءٍ يقوم تعريف الجداء السّلّمي في الفراغ؟

أ) على الزاوية بين الشعاعين

ب) على مركّبات الشعاعين في معلمٍ متجانس

ج) على نظائم الأشعّة وحدها

2. لماذا تبقى العبارات التي أُثبتت في المستوي صحيحةً في الفراغ؟

أ) لأنّ شعاعين يقعان بالضرورة في مستوٍ واحد

ب) لأنّ كلّ برهانٍ أُعيد في الفراغ من جديد

ج) لأنّ المعلم المتجانس موجودٌ دائماً في الفراغ

3. في معلمٍ متجانس، ما الصيغة التحليليّة للجداء السّلّمي في الفراغ؟

أ) $xx' + yy'$

ب) $xx' + yy' + zz'$

ج) $xyz + x'y'z'$

4. $A\,(2,1,0)$ و $B\,(1,3,2)$. ما مركّبات $\overrightarrow{AB}$ ؟

أ) $(1,3,2)$

ب) $(-1,2,2)$

ج) $(1,-2,-2)$

5. هل تصلح $xx' + yy' + zz'$ في أيّ معلمٍ كان؟

أ) لا، تشترط معلماً متجانساً

ب) نعم، فالمركّبات مركّبات في كلّ الأحوال

ج) تصلح إذا كان المعلم متعامداً فقط

6. ما $(2u) \cdot (3v)$ ؟

أ) $2\,(u \cdot v)$

ب) $5\,(u \cdot v)$

ج) $6\,(u \cdot v)$

7. هل الكتابة $(u \cdot v) \cdot w$ صحيحة؟

أ) لا، لأنّ $u \cdot v$ عددٌ لا شعاع

ب) نعم، فالجداء السّلّمي تجميعيّ

ج) نعم، إذا كان المعلم متجانساً

8. علمت أنّ $u \cdot v = u \cdot w$. هل يتبع ذلك $v = w$ ؟

أ) نعم، بالاختصار على u

ب) لا، يتبع فقط أنّ u عموديٌّ على $v - w$

ج) نعم، بشرط أن يكون u غير معدوم

9. $ABCD$ رباعي وجوهٍ منتظم طول حرفه a . ما $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ؟

أ) 0

ب) a^2

ج) $\dfrac{a^2}{2}$

10. في رباعي الوجوه المنتظم يخرج $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. ماذا يعني ذلك؟

أ) أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متقاطعان وزاويتهما قائمة

ب) أنّ أحد الشعاعين معدوم

ج) أنّ الشعاعين متعامدان، ولو كان الحرفان متخالفين

11. في مكعّب $ABCDEFGH$ بحرفٍ طوله a ، كيف يحسب الكتاب $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AG}$ ؟

أ) بضرب الطولين: $a \times a\sqrt{3}$

ب) بإسقاطين: G على المستوي (ADH) ، ثمّ H على المستقيم (AE)

ج) بإسقاطٍ واحد لـ G على المستقيم (AE) مباشرةً

12. $A(1,0,0)$ و $B(0,1,0)$ ، و M منتصف $[AB]$. ما إحداثيّات M ؟

أ) $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}, 0\right)$

ب) $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}, 0\right)$

ج) $(1,1,0)$

سلّم التصحيح

1. ج نعم: $u \cdot v = \frac{1}{2}\left(\|u+v\|^2 - \|u\|^2 - \|v\|^2\right)$. ولذلك يبدأ الدرس بسطرٍ يختار واحدةً للطول.

2. أ نعم، وهذا نصّ الكتاب في إطار المصباح: اكتب $u = \overrightarrow{AB}$ و $v = \overrightarrow{AC}$ ، فيوجد مستوٍ يحوي النقاط الثلاث، وواحدة الطول فيه هي نفسها.

3. ب نعم، وهي مبرهنة 3. برهانها تعويضٌ في التعريف: نظيم المجموع ناقص النظيمين، ثمّ القسمة على اثنين.

4. ب نعم: نهاية ناقص بداية في كلّ مركّبة، أي $(1-2,\ 3-1,\ 2-0)$.

5. أ نعم، والكتاب يبرز الكلمتين بلونٍ مختلف في نصّ المبرهنة. البرهان نفسه يحسب النظائم بفيثاغورس، وهذا لا يصحّ إلّا في معلمٍ متجانس.

6. ج نعم: $(au)\cdot(bv) = ab\,(u\cdot v)$.

7. أ نعم. التعريف يقول «هو العدد الحقيقيّ»، والجداء السّلّمي معرّفٌ بين شعاعين لا بين عددٍ وشعاع. أمّا $(u\cdot v)\,w$ بلا نقطة فهي ضرب شعاعٍ بعدد، وهي صحيحة.

8. ب نعم: بالتوزيع $u\cdot(v-w) = 0$. والتساوي حالةٌ خاصّة من ذلك، لا نتيجةٌ له.

9. ج نعم: $a \times a \times \cos\frac{\pi}{3} = \frac{a^2}{2}$. وكلّ وجهٍ في رباعي الوجوه المنتظم مثلّثٌ متساوي الأضلاع.

10. ج نعم. والكتاب يترك هذا الصفر بلا تعليق، لأنّ تعريف التعامد في الفراغ يأتي في الدرس التالي صفحة 45.

11. ب نعم، وهذا ما يفعله الكتاب صفحة 44. النتيجة $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AE} = a^2$. ولاحظ أنّ الإسقاط على مستوٍ لم يُعرَّف في لُبّ الدرس، بل ظهر في الحلّ وحده.

12. أ نعم: المنتصف هو المتوسّط الحسابيّ لإحداثيّات الطرفين، مركّبةً مركّبة.

الجداء السّلّمي في الفراغ . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 42 إلى 44 . basita123.com