بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: تطبيقات الاشتقاق

التوابع: الاشتقاق . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. التابع f اشتقاقيٌّ على مجالٍ I و $f'(x) > 0$ على I . ماذا نستنتج؟

أ) f متزايدٌ تماماً على I

ب) f متناقصٌ تماماً على I

ج) f ثابتٌ على I

2. لماذا لا تسري المبرهنة 2 على التابع المعرّف بـ $f(x) = -1$ لـ $x < 0$ و $f(x) = 1$ لـ $0 < x$ رغم أنّ مشتقّه معدوم؟

أ) لأنّ $\mathbb{R}^*$ ليس مجالاً بل اجتماع مجالين

ب) لأنّ التابع غير مستمرّ

ج) لأنّ المشتق غير معرّف عند الصفر

3. متى تكون $f(c)$ قيمةً كبرى محلّياً؟

أ) إذا كانت $f(c)$ أكبر قيمة يبلغها التابع على مجموعة تعريفه

ب) إذا وُجد مجالٌ مفتوح J يضمّ c بحيث $f(x) \leq f(c)$ لكلّ x من $J \cap I$

ج) إذا كان $f'(c) = 0$

4. التابع $f(x) = x^3$ يحقّق $f'(0) = 0$. لماذا ليست $f(0)$ قيمةً حدّيّة؟

أ) لأنّ f غير اشتقاقيٍّ عند الصفر

ب) لأنّ الصفر ليس في مجموعة التعريف

ج) لأنّ f' لا يغيّر إشارته عند الصفر

5. التابع g اشتقاقيٌّ على مجالٍ مفتوح، و $g(4)$ قيمةٌ صغرى محلّياً. ماذا يلزم عن $g'(4)$ ؟

أ) $g'(4) < 0$

ب) $g'(4) = 0$

ج) لا شيء، فقد لا يكون المشتق معرّفاً

6. ما الشرط العمليّ الذي يُثبت أنّ $f(a)$ و $f(b)$ من إشارتين مختلفتين؟

أ) $f(a) + f(b) = 0$

ب) $f(a) \times f(b) < 0$

ج) $f(a) < f(b)$

7. تابعٌ مستمرٌّ ومتزايدٌ تماماً على $[0,3]$ مع $f(0)=-1$ و $f(3)=4$. كم حلّاً للمعادلة $f(x)=2$ ؟

أ) حلٌّ وحيد
ب) لا حلّ
ج) حلّان

8. في جدول التغيّرات، ماذا يجب أن يوافق السهم؟

أ) قيمة التابع عند الطرف
ب) طول المجال الجزئي
ج) إشارة المشتق على المجال الجزئي

9. ما مجموعة تعريف التابع $\tan$ ؟

أ) $\mathbb{R}$
ب) $\mathbb{R}\setminus\{k\pi : k\in\mathbb{Z}\}$
ج) $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi : k\in\mathbb{Z}\right\}$

10. المستقيم $x=\frac{\pi}{2}$ بالنسبة إلى الخطّ البياني للتابع $\tan$ هو:

أ) مقاربٌ شاقوليّ
ب) مماسٌ شاقوليّ
ج) مقاربٌ أفقي

11. لماذا لا نقول إنّ $\tan$ متزايدٌ تماماً على مجموعة تعريفه؟

أ) لأنّه متناقصٌ على بعض المجالات
ب) لأنّ مجموعة تعريفه اجتماع مجالات لا مجالٌ واحد
ج) لأنّه دوريّ

12. التابع $f(x)=x^3-3x+5$. أين تنعدم قيم مشتقّه؟

أ) عند 0 و 3
ب) عند $-\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$
ج) عند -1 و 1

سلّم التصحيح

1. أ نعم، هذا البند الأوّل من المبرهنة 2.

2. أ نعم. شرط « I مجال» جوهريّ، والمبرهنة لا تسري على اجتماع مجالات.

3. ب نعم، هذا نصّ التعريف 3 حرفياً.

4. ج نعم. $f'(x) = 3x^2$ موجبٌ على الجانبين، فلا قمّة ولا قاع رغم المماس الأفقي.

5. ب نعم، هذا البند الأوّل من المبرهنة 3، وهو اتّجاهٌ لازمٌ دائماً في مجالٍ مفتوح.

6. ب نعم، وهذه هي الصيغة التي يكتبها المصحّح في السلّم.

7. أ نعم. العدد 2 بين $f(0)$ و $f(3)$ ، والاطراد التامّ يعطي الوحدانيّة.

8. ج نعم، وهذه قاعدة أمتحانيّة صريحة: «توافق الإشارة مع الأسهم»، وخرقها يكلّف ثلاث درجات.

9. ج نعم، لأنّ $\cos x$ ينعدم عند هذه القيم وحدها.

10. أ نعم، لأنّ النهاية عند الاقتراب من $\dfrac{\pi}{2}$ بقيمٍ أصغر هي $+\infty$.

11. ب نعم، والاطراد يُقال على كلّ مجالٍ منها على حدة. الفرع التالي يبدأ من $-\infty$ من جديد.

12. ج نعم. $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$ ، فينعدم عند ± 1 .

تطبيقات الاشتقاق . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 73 إلى 77 . basita123.com