



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: العدد المشتق والتابع المشتق

التوابع: الاشتقاق . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. ما تعريف العدد المشتق للتابع f عند النقطة a ؟

(أ) نهاية الكسر $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ عندما تسعى h إلى الصفر

(ب) قيمة التابع f عند a

(ج) ميل المستقيم الواصل بين $(a, f(a))$ و $(a+1, f(a+1))$

2. التابع f معرّف وفق $f(x) = x^2$. ما $f'(3)$ ؟

(أ) 9

(ب) 3

(ج) 6

3. متى نقول إنّ التابع f اشتقاقيّ على المجال I ؟

(أ) إذا كان معرّفاً عند كلّ نقطة من I

(ب) إذا كان اشتقاقياً عند كلّ نقطة من I

(ج) إذا كان اشتقاقياً عند نقطة واحدة على الأقل من I

4. تابع اشتقاقيّ يحقّق $f(1) = 4$ و $f'(1) = 3$. ما معادلة المماس عند $a = 1$ ؟

(أ) $y = 4(x - 1) + 3$

(ب) $y = 3(x - 1) + 4$

(ج) $y = 3x + 4$

5. التابع f اشتقاقيّ عند a و $f'(a) = 0$. ماذا يعني ذلك عن المماس عند a ؟

(أ) لا يوجد مماس عند a

(ب) المماس شاقولي

(ج) المماس أفقي ومعادلته $y = f(a)$

6. استعمل التقريب التآلفي المحلي عند $a = 0$ للتابع $x \mapsto \sin x$. ما القيمة التقريبية لـ $\sin(0.02)$ ؟

(أ) 0.02

(ب) 1.02

(ج) 0

7. أيّ الكتابتين الآتيتين تعبّر عن التقريب التآلفي المحلي على صورة مساواةٍ تامةٍ؟

(أ) $f(a + h) = f(a) + h f'(a)$

(ب) $f(a + h) = f(a) + \varepsilon(h)$

(ج) $\lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon(h) = 0$ مع $f(a + h) = f(a) + h f'(a) + h \varepsilon(h)$

8. التابع f معرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{1}{x}$ حيث $x \neq 0$. ما مجموعة تعريف f' ؟

(أ) $\mathbb{R}$

(ب) $]0, +\infty[$

(ج) $] -\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

9. ما العلاقة بين الصيغتين $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$ ؟

(أ) متكافئتان، والانتقال بينهما بالتعويض $x = a + h$

(ب) الأولى تعطي الميل والثانية تعطي القيمة

(ج) الأولى للتوابع الكسريّة والثانية لغيرها

10. التابع g اشتقاقيٌّ عند 2 و $g'(2) < 0$. ما الذي يصحّ عن المماس عند 2 ؟

(أ) المماس صاعد

(ب) المماس هابط

(ج) المماس يوازي محور الترتيب

11. المماس للقطع $y = x^2$ عند النقطة التي فاصلتها 1 يوازي المستقيم المارّ بنقطتي القطع اللتين فاصلتهما u و v . ما العلاقة بين u و v ؟

(أ) $u + v = 2$

(ب) $u \times v = 1$

(ج) $u = v = 1$

12. لماذا يوصف التقريب $f(a + h) \approx f(a) + h f'(a)$ بأنّه محليّ؟

(أ) لأنّه يصلح للتوابع المعرّفة على مجالٍ واحد فقط

(ب) لأنّه يصلح في جوار a وحدها ويسوء كلّما ابتعدنا

(ج) لأنّه يعطي قيمة تقريبية لا قيمة مضبوطة

سَلَم التصحيح

1. أ نعم، وهذه إحدى صيغتي التعريف. الصيغة الأخرى تعوّض $x = a + h$ فتصير نهاية $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ عندما تسعي x إلى a .
2. ج نعم، لأنّ $f(x) = 2x$ فيكون $f'(3) = 6$.
3. ب نعم، عند كلّ نقطة بلا استثناء. نقطة واحدة تفلت تكفي لإسقاط العبارة عن المجال كلّّه.
4. ب نعم. تحقّق بوضع $x = 1$ فتجد $y = 4$ ، فالمستقيم يمرّ بالنقطة وميله 3.
5. ج نعم. عوّض $f'(a) = 0$ في $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ فيبقى $y = f(a)$.
6. أ نعم. $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$ ، فيكون $\sin(h) \approx h$.
7. ج نعم، وهذه الكتابة تصلح في الاتجاهين: إن أمكنت بعددٍ حقيقيّ l مكان $f'(a)$ ، كان l هو العدد المشتق عند a .
8. ج نعم، اجتماع مجالين. وهذا مثال الكتاب نفسه على أنّ مجموعة تعريف f' ليست بالضرورة مجالاً واحداً، مع $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.
9. أ نعم. عندئذٍ يصير $x - a$ هو h ، ويصير سعي x إلى a هو سعي h إلى الصفر.
10. ب نعم. إشارة $g'(2)$ هي إشارة ميل المماس، وهذه القراءة هي الجسر إلى درس تطبيقات الاشتقاق.
11. أ نعم. ميل القاطع هو $u + v$ وميل المماس عند 1 هو 2، والتوازي يعني تساوي الميلين.
12. ب نعم. عند $h = 1.5$ يعطي $\sin(h) \approx h$ قيمة 1.5، والقيمة الحقيقية أصغر من الواحد.

العدد المشتق والتابع المشتق . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 67 إلى 69 . basita123.com