الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: خواص طويلة عدد عقدي وزاويته

الأعداد العقديّة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

بسيطة

1. إذا كانت $|z| = 3$ و $|z'| = 5$ ، فما $|zz'|$ ؟

أ) 8

ب) $\frac{3}{5}$

ج) 15

2. إذا كانت $\arg z = \frac{\pi}{4}$ و $\arg z' = \frac{\pi}{6}$ ، فما $\arg(zz')$ ؟

أ) $\frac{5\pi}{12}$

ب) $\frac{\pi^2}{24}$

ج) $\frac{\pi}{12}$

3. ليكن $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$ و $z' = 3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$. ما الجداء zz' ؟

أ) $6\left(\cos\frac{9\pi}{20} + i\sin\frac{9\pi}{20}\right)$

ب) $6\left(\cos\left(-\frac{\pi}{20}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{20}\right)\right)$

ج) $5\left(\cos\left(-\frac{\pi}{20}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{20}\right)\right)$

4. إذا كانت $|z| = 2$ ، فما $|z^4|$ ؟

أ) 16

ب) 8

ج) 2

5. إذا كانت $\arg z = \frac{\pi}{5}$ ، فما $\arg(z^3)$ ؟

أ) $\frac{\pi}{15}$

ب) $\left(\frac{\pi}{5}\right)^3$

ج) $\frac{3\pi}{5}$

6. ما نصّ دستور دوموافر؟

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \,?$$

أ) $\cos n\theta + i\sin n\theta$

ب) $\cos^n\theta + i\sin^n\theta$

ج) $n\cos\theta + i\,n\sin\theta$

7. إذا كانت $|z| = 6$ و $|z'| = 2$ ، فما $\left|\frac{z}{z'}\right|$ ؟

أ) 3

ب) 12

ج) 4

8. إذا كانت $\arg w = \frac{\pi}{3}$ و w غير معدوم، فما $\arg\left(\frac{1}{w}\right)$ ؟

أ) $\pi + \frac{\pi}{3}$

ب) $\frac{\pi}{3}$

ج) $-\frac{\pi}{3}$

9. ليكن $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ و $z' = \frac{3}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$. ما $\frac{z}{z'}$ ؟

أ) $\frac{8}{3}\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

ب) $\frac{8}{3}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

ج) $6\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

10. إذا كانت $|z| = 3$ و $|z'| = 4$ ، فماذا نعرف عن $|z + z'|$ ؟

أ) لا تُعيَّن بالمعطيات، لكنّها لا تتجاوز 7

ب) تساوي 7 دائماً

ج) تساوي 5 دائماً

11. ليكن z غير معدوم و $z' = -z$. ما $|z + z'|$ ؟

أ) $2|z|$

ب) $|z|$

ج) 0

12. أيّ العبارات الآتية صحيحة لأيّ عددين عقديين؟

أ) $|z + z'| = |z| + |z'|$

ب) $|z + z'| \geq |z| + |z'|$

ج) $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

13. ما الشكل الجبري لهذا العدد؟

$$z = (1 - i\sqrt{3})^5$$

أ) $16 - 16\sqrt{3}\,i$

ب) $16 + 16\sqrt{3}\,i$

ج) $1 - 9\sqrt{3}\,i$

14. ما أنسب طريقة لحساب $(1+i)^{2016}$ ؟

أ) نفكّ القوس بدستور ثنائي الحدّ

ب) نكتب $1 + i$ بالشكل المثلّثي ثمّ نطبّق دستور دوموافر

ج) نرفع كلّ حدّ إلى القوّة 2016 على حدة

15. لماذا تشترط مبرهنة 4 أن يكون z و z' غير معدومين؟

أ) لأنّ $|0|$ غير معرّفة

ب) لأنّ الصفر لا زاوية له، فلا معنى لجمع الزوايا

ج) لأنّ الجداء يصير معدوماً وهذا ممنوع

16. أيّ مقارنة مسموحة بين عددين عقديين z و z' ؟

أ) $z < z'$

ب) $|z| < |z'|$

ج) $\arg z < \arg z'$

سلّم التصحيح

1. ج صحيح. طويلة الجداء جداء الطويلتين، $3 \times 5 = 15$.

2. أ صحيح. $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$.

3. ب صحيح. $2 \times 3 = 6$ و $\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{20}$.

4. أ صحيح. $|z^n| = |z|^n$ ، أي $2^4 = 16$.

5. ج صحيح. $3 \times \frac{\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$ ، بمقياس 2π .

6. أ صحيح. الطويلة هنا 1 فتبقى 1 ، والزاوية تُضرب بالأس.

7. أ صحيح. طويلة الخارج هي خارج الطويلتين، $\frac{6}{2} = 3$.

8. ج صحيح. $\arg\left(\frac{1}{w}\right) = \arg 1 - \arg w = -\arg w$ ، لأنّ زاوية 1 معدومة.

9. أ صحيح. $\frac{4}{3/2} = \frac{8}{3}$ و $\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$.

10. أ صحيح. الطويلة لا تتوزّع على الجمع، والمعلوم الوحيد هو متراجحة المثلّث $|z + z'| \leq 7$.

11. ج صحيح. $z + z' = z - z = 0$ وطويلة الصفر معدومة، بينما مجموع الطويلتين $2|z| > 0$.

12. ج صحيح، وهذه متراجحة المثلّث. الطريق المستقيم لا يزيد على الطريق المكسور.

13. ب صحيح. الأساس $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ ، والقوّة الخامسة تعطي 32 و $-\frac{5\pi}{3}$ ، وهي $\frac{\pi}{3}$ بعد إضافة دورة.

14. ب صحيح. الطويلة $\sqrt{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$ ، فالنتيجة $\left(\sqrt{2}\right)^{2016}$ بزاوية 504π ، وهي زاوية معدومة بمقياس 2π .

15. ب صحيح. المبدأ لا يحدّد اتّجاهاً، فـ $\arg 0$ غير معرّفة، والسطر الثاني من المبرهنة يفقد معناه.

16. ب صحيح. الطويلتان عددان حقيقيان موجبان، والمقارنة بينهما مشروعة.

خواص طويلة عدد عقدي وزاويته . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 98 إلى 100 . basita123.com