بسيطة

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الشكل الأسّي لعدد عقدي

الأعداد العقديّة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما قيمة هذا العدد؟

$$e^{i\pi}$$

أ) 1
ب) i
ج) -1

2. ما قيمة هذا العدد؟

$$e^{i\frac{\pi}{2}}$$

أ) i
ب) -1
ج) $\frac{\pi}{2}$

3. ما طويلة هذا العدد، أياً كانت θ الحقيقية؟

$$z = 5e^{i\theta}$$

أ) 5
ب) 5θ
ج) 1

4. اكتب هذا العدد بالشكل الجبري:

$$z = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$$

أ) $2 + 2i\sqrt{3}$
ب) $4 + 4i$
ج) $2\sqrt{3} + 2i$

5. اكتب هذا العدد بالشكل الجبري:

$$z_2 = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

أ) $\frac{3}{2}$
ب) $\frac{3}{2}i$
ج) $-\frac{3}{2}i$

6. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = \sqrt{3} + i$$

أ) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$
ب) $4e^{i\frac{\pi}{6}}$
ج) $2e^{i\frac{\pi}{6}}$

7. احسب هذا الجداء بالشكل الأسّي:

$$3e^{i\frac{\pi}{4}} \times 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

أ) $6e^{i\frac{\pi}{24}}$
ب) $5e^{i\frac{5\pi}{12}}$
ج) $6e^{i\frac{5\pi}{12}}$

8. إذا كان $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_2 = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، فما $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكل الأسّي؟
أ) $\frac{4}{3}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
ب) $\frac{4}{3}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
ج) $3e^{-i\frac{\pi}{4}}$

9. ما مرافق هذا العدد، حيث r موجب تماماً؟

$$z = re^{i\theta}$$

أ) $-re^{i\theta}$
ب) $re^{-i\theta}$
ج) $\frac{1}{r}e^{i\theta}$

10. لماذا لا يوجد شكل أسّي للعدد 0 ؟
أ) لأنّ طويلته غير معرّفة
ب) لأنّ زاويته غير معرّفة
ج) لأنّ الصفر ليس عدداً عقدياً

11. ما قيمة هذه القوّة بالشكل الأسّي؟

$$\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^3$$

أ) $e^{i\frac{\pi}{18}}$
ب) $e^{i\frac{\pi}{2}}$
ج) $3e^{i\frac{\pi}{6}}$

12. أيّ من هذه العلاقات هي علاقة أويلر الصحيحة؟
أ) $\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2}$
ب) $\cos\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2}$
ج) $\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$

13. متى يكون العددان متساويين، حيث r و r' موجبان تماماً؟

$$re^{i\theta} = r'e^{i\theta'}$$

أ) $r = r'\ ,\ \theta = \theta'\ (2\pi)$
ب) $r = r'\ ,\ \theta = \theta'$
ج) $\theta = \theta'\ (2\pi)$

14. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = -2e^{i\frac{\pi}{5}}$$

أ) $2e^{i\left(\frac{\pi}{5}+\pi\right)}$
ب) $-2e^{i\frac{\pi}{5}}$
ج) $2e^{-i\frac{\pi}{5}}$

15. أين تقع صور الأعداد $e^{i\theta}$ عندما تمسح θ المجموعة $\mathbb{R}$ ؟

أ) على محور الفواصل
ب) في المستوي كلّه
ج) على الدائرة التي مركزها المبدأ ونصف قطرها واحد

16. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = -1 - i$$

أ) $\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$
ب) $\sqrt{2}\,e^{-i\frac{3\pi}{4}}$
ج) $2e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

سلّم التصحيح

1. ج صحيح. $\cos\pi = -1$ و $\sin\pi = 0$ ، فنصف الدورة تضع النقطة على الجزء السالب من محور الفواصل.

2. أ صحيح. $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ و $\sin\frac{\pi}{2} = 1$ ، فالعدد تخيّلي بحت طويلته 1 .

3. أ صحيح. $|5e^{i\theta}| = 5 \times 1 = 5$ ، لأنّ الرمز الأسّي طويلته 1 دائماً.

4. أ صحيح. $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ و $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، والضرب بـ 4 يعطي 2 و $2\sqrt{3}$.

5. ب صحيح. $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ ، والمعامل $\frac{3}{2}$ يضربه.

6. ج صحيح. الطويلة 2 ، والشرطان $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\theta = \frac{1}{2}$ يعطيان $\frac{\pi}{6}$.

7. ج صحيح. $3 \times 2 = 6$ للمعامل، و $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$ للزاوية.

8. أ صحيح. قسمة 2 على $\frac{3}{2}$ تعطي $\frac{4}{3}$ ، وطرح الزاويتين يعطي $-\frac{\pi}{4}$.

9. ب صحيح. $\overline{re^{i\theta}} = re^{-i\theta}$ ، لأنّ المرافق انعكاس حول محور الفواصل.

10. ب صحيح. الأسّ يحمل الزاوية، والمبدأ لا يحدّد اتّجاهاً، فلا زاوية له.

11. ب صحيح. $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$ ، فالزاوية تصير $\frac{\pi}{2}$.

12. ج صحيح. المجموع يحذف الجزأين التخيليّين ويترك $2\cos\theta$.

13. أ صحيح. الطويلتان متساويتان بالضبط، والزاويتان متساويتان بمقياس 2π .

14. أ صحيح. الإشارة السالبة تنتقل إلى الزاوية بإضافة π ، فتصير الطويلة 2 .

15. ج صحيح. هذه هي $\mathbb{U}$ ، مجموعة الأعداد العقديّة التي طويلتها 1 .

16. ب صحيح. الطويلة $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ، والجزآن سالبان فالنقطة في الربع الثالث وزاويتها $-\frac{3\pi}{4}$.

الشكل الأسّي لعدد عقدي . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 101 إلى 103 . basita123.com