

☆ بسيطة

الفيزياء، البكالوريا، الفرع العلمي

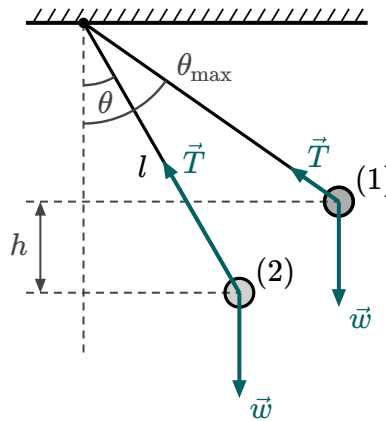
الطاقة في النّوّاس: السرعة وتوتّر الخيط

نظريّة الطاقة الحركيّة بين وضعين، وسرعة الكرة وتوتّر الخيط عند المرور بالشاقول، والطاقة الميكانيكيّة الحركية والتحرك . الوحدة 1 . الدرس 3 (3 من 3)

حسبنا حتّى الآن دور النّوّاس الثّقليّ بنوعيه، المركّب والبسيط. ونسأل الآن سؤالاً آخر: نزيح النّوّاس ونتركه دون سرعة ابتدائيّة، فما سرعته حين يمرّ بالشاقول؟ وما شدّة توتّر الخيط عندئذٍ؟ نتابع مع الكتاب في الصفحتين 32 و33: نظريّة الطاقة الحركيّة بين وضعين، ثمّ العلاقة الأساسيّة في التحريك، ثمّ الطاقة الميكانيكيّة. وقد طُلب هذا الحساب أو عكسه في إحدى عشرة مسألةً من أوراق امتحانات البكالوريا التي قرأناها منذ 2016، تسع منها على النّوّاس الثّقليّ المركّب، فنطبّق الطريقة نفسها عليه في الفقرة الرابعة.

سرعة الكرة

نزيح كرة النّوّاس البسيط عن موضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\theta_{\max}$ ونتركها دون سرعة ابتدائيّة. ما سرعتها حين يصنع الخيط مع الشاقول زاويةً أصغر θ ؟ يقارن الكتاب في الصفحة 32 بين وضعين: الوضع (1) لحظة الترك، والخيط يصنع مع الشاقول الزاوية $\theta_{\max}$ ، والوضع (2)، والخيط يصنع الزاوية θ . والقوتان الخارجيتان المؤثّرتان في الكرة ثقلاها $\vec{w}$ وتوتّر الخيط $\vec{T}$.



الوضع (1) لحظة الترك عند $\theta_{\max}$ ، والوضع (2) عند θ ، والقوتان في كلّ منهما مرسومتان بمقياسٍ واحد. h ارتفاع الوضع (1) عن الوضع (2). عن الكتاب، الصفحة 32.

نعدّ الخيط مهملاً الكتلة لا يمتّظ، ونهمل مقاومة الهواء. وانتبه إلى الرموز: يكتب الكتاب في هذه الصفحة الثقل $\vec{W}$ بحرفٍ كبير، فيصير عمل الثقل عنده $\bar{W}_{\vec{W}}$ ، حرفٌ واحدٌ لشيئين. نكتب الثقل هنا $\vec{w}$ بحرفٍ صغير، فيبقى $\bar{W}$ الكبير للعمل: $\bar{W}_{\vec{w}}$ عمل الثقل، وهو طاقةٌ تقدّر بـ J ، أمّا الثقل $w = m g$ فتقدّر بـ N .

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين (1) و(2)، كما في الكتاب: تغيّر الطاقة الحركية للكرة يساوي مجموع أعمال القوى الخارجية المؤثرة فيها.

$$\Delta \bar{E}_{k(1 \rightarrow 2)} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

1. **عملا القوتين** القوتان الخارجيتان هما الثقل $\vec{w}$ وتوتر الخيط $\vec{T}$:

$$E_{k2} - E_{k1} = \bar{W}_{\vec{w}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

2. **عمل التوتر معدوم** الكرة تتحرك على قوسٍ من دائرة نصف قطرها l ، والخيط على نصف القطر، ف $\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ ، كما في الكتاب: «لأنّ حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كلّ لحظة». والكرة تُترك دون سرعةٍ ابتدائية، ف $E_{k1} = 0$:

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = \bar{W}_{\vec{w}} + 0$$

3. **عمل الثقل** تنزل الكرة من الوضع (1) إلى الوضع (2) ارتفاعاً h ، فعمل ثقلها موجب:

$$\bar{W}_{\vec{w}} = m g h$$

4. **الارتفاع** الكرة تحت محور التعليق بـ $l \cos \theta_{\max}$ في الوضع (1)، وبـ $l \cos \theta$ في الوضع (2)، و h الفرق بينهما، كما يقرؤه الكتاب من الشكل:

$$h = l \cos \theta - l \cos \theta_{\max}$$

$$h = l (\cos \theta - \cos \theta_{\max})$$

5. **السرعة** نعوض، ونقسم الطرفين على m :

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g l (\cos \theta - \cos \theta_{\max})$$

$$v^2 = 2 g l (\cos \theta - \cos \theta_{\max})$$

$$v = \sqrt{2 g l (\cos \theta - \cos \theta_{\max})}$$

حالة خاصة في الكتاب: عند المرور بالشاقول يكون $\theta = 0$ و $\cos 0 = 1$ ، فتصبح العلاقة:

$$v = \sqrt{2 g l (1 - \cos \theta_{\max})}$$

وفي أوراق امتحانات البكالوريا التي قرأناها منذ 2016 جاء هذا السؤال عند المرور بالشاقول، أي في الحالة الخاصة. والعلاقة في وضعٍ ما هي طريق الكتاب إليها.

انتبه: خطآن يكلفان درجات. الأول أن تأخذ الارتفاع $l \cos \theta_{\max}$ ، وهو بُعد الكرة تحت محور التعليق، والصحيح عند الشاقول $h = l(1 - \cos \theta_{\max})$. وفي الزاوية 60° يعطي هذا الخطأ العدد الصحيح مصادفةً، فلا تكشفه إلا الرموز. والثاني أن تبدأ من العلاقة النهائية: في سلّم تصحيح امتحان 2020، النظام الحديث، يخسر عشر درجاتٍ من ينطلق مباشرةً من $v^2 = 2gl(1 - \cos \theta_{\max})$.

كرة نؤاسٍ بسيطٍ طول خيطه $l = 1.25 \text{ m}$ تُترك دون سرعةٍ ابتدائيةٍ، والخيط يصنع مع الشاقول زاويةً $\theta_{\max}$ حيث $\cos \theta_{\max} = 0.6$. ما سرعتها لحظة المرور بالشاقول؟ نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

كيف أبدأ؟ اكتب نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين، واحسب أولاً الارتفاع h الذي تنزله الكرة.

$$v = \sqrt{15} \text{ m.s}^{-1} \quad (\text{أ})$$

$$v = \sqrt{10} \text{ m.s}^{-1} \quad (\text{ب})$$

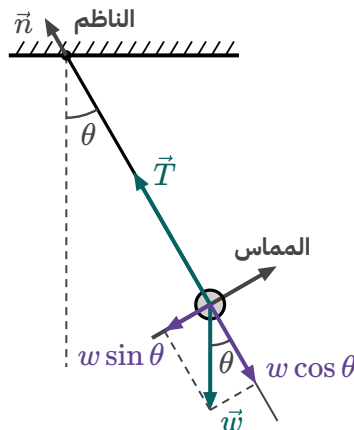
$$v = 2\sqrt{5} \text{ m.s}^{-1} \quad (\text{ج})$$

ب. نعم: الكرة تنزل $h = 1.25 \times 0.4 = 0.5 \text{ m}$ ، و $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ، تعطي $v^2 = 2gh = 10$ ، أي $v = \sqrt{10} \text{ m.s}^{-1}$.

توتر الخيط

لنجد شدة توتر الخيط في الوضع (2) نطبق على الكرة العلاقة الأساسية في التحريك، كما في الكتاب: $\sum \vec{F} = m \vec{a}$ ، أي $\vec{w} + \vec{T} = m \vec{a}$. ثم نُسقطها «على محور ينطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهته (الناظم)»، أي من الكرة نحو محور التعليق.

والكرة تتحرك على قوسٍ من دائرة نصف قطرها l ، فلتسارعها مسقط على الناظم نحو مركز الدائرة، يسميه الكتاب التسارع الناظمي: $a_c = \frac{v^2}{l}$. وهو معدومٌ لحظة الترك لأن $v = 0$ ، وأكبر ما يكون عند الشاقول حيث السرعة أعظمية.



الكرة في الوضع (2): الثقل $\vec{w}$ وتوتر الخيط $\vec{T}$ ، ومسقطا الثقل $w \sin \theta$ على المماس و $w \cos \theta$ على امتداد الخيط. عن الكتاب، الصفحة 32.

نُسق $\vec{w} + \vec{T} = m \vec{a}$ على الناظم والكرة في الوضع (2)، والخيط يصنع مع الشاقول الزاوية θ .

$$\vec{w} + \vec{T} = m \vec{a}$$

1. الإسقاط على الناظم مسقط $\vec{T}$ هو $+T$ لأن المحور بجهته، ومسقط الثقل $-w \cos \theta$ لأن $w \cos \theta$ يتجه على امتداد الخيط بعيداً عن المركز، ومسقط التسارع هو a_c :

$$-w \cos \theta + T = m a_c$$

2. التسارع الناطمي نعوض $a_c = \frac{v^2}{l}$ و $w = m g$:

$$T = m \frac{v^2}{l} + m g \cos \theta$$

3. تعويض السرعة ومن الفقرة السابقة $v^2 = 2 g l (\cos \theta - \cos \theta_{\max})$ ، فنعوض في الحد الأول، ثم نجمع الحدين:

$$\begin{aligned} m \frac{v^2}{l} &= 2 m g (\cos \theta - \cos \theta_{\max}) \\ T &= m g (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_{\max}) \end{aligned}$$

حالة خاصة في الكتاب: عند المرور بالشاقول $\theta = 0$:

$$T = m g (3 - 2 \cos \theta_{\max})$$

انتبه: لا تكتب $T = m g$ عند الشاقول. هذا توتر الخيط والكرة ساكنة في موضع توازنها. وهي تمرّ به متحركة يحمل الخيط ثقلها ويعطيها فوق ذلك تسارعها الناطمي، ف $T - m g = m \frac{v^2}{l}$ ، فعند الشاقول $T > m g$ ما دامت الكرة تمرّ به بسرعة غير معدومة.

وطلبت شدة توتر الخيط عند المرور بالشاقول في امتحاني 2020 و2024، وفي سؤال اختيار من متعدد في 2025.

كتلة كرة نوّاسٍ بسيط $m = 0.4 \text{ kg}$ ، تُترك دون سرعةٍ ابتدائيةٍ والخيط يصنع مع الشاقول زاويةً $\theta_{\max} = 60^\circ$. ما شدة توتّر الخيط لحظة مرورها بالشاقول؟ نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

كيف أبدأ؟ عوّض $\theta = 0$ في علاقة التوتّر، وتذكّر أنّ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

(أ) $T = 8 \text{ N}$

(ب) $T = 4 \text{ N}$

(ج) $T = 2 \text{ N}$

أ. نعم: $T = m g (3 - 2 \cos \theta_{\max})$ ، و $m g = 4 \text{ N}$ ، ف $T = 4 \times (3 - 1) = 8 \text{ N}$ ، ضعف ثقل الكرة.

الطاقة الميكانيكية

تذكّر: «إنّ الطاقة الميكانيكية للنوّاس الثقليّ البسيط ثابتة بإهمال القوى المبدّدة للطاقة، إذ يهتّزُّ بسعة زاوية ثابتة $\theta_{\max}$ إلى جانبي موضع توازنه الشاقوليّ.» الكتاب، الصفحة 33.

تذكّر: «إنّ الطاقة الميكانيكية هي مجموع الطاقين الكامنة الثقالية، والحركية $E = E_k + E_p$.» ومبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقالية عند الكتاب «هو المستوي الأفقيّ المارٌّ من مركز عطالة الكرة عند مرور النوّاس في وضع توازنه الشاقوليّ.» الكتاب، الصفحة 33.

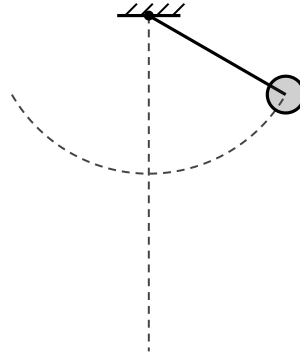
وهذا ما رأيناه في الفقرة الأولى: عمل توتّر الخيط معدوم، وعمل الثقل $m g h$ هو ما تخسره الطاقة الكامنة الثقالية حين تنزل الكرة ارتفاعاً h ، فتكسبه الطاقة الحركية، ويبقى المجموع ثابتاً.

ولا يكتب الكتاب في هذه الفقرة علاقةً للطاقة الكامنة الثقالية، فالعلاقة التالية استنتاجٌ منّا، من الشكل كما استنتج الكتاب h : حين يصنع الخيط الزاوية θ تكون الكرة أعلى من مبدأ القياس بـ $l (1 - \cos \theta)$ ، فطاقتها الكامنة الثقالية:

$$E_p = m g l (1 - \cos \theta)$$

لحظة الترك الطاقة كلّها كامنة، $E = m g l (1 - \cos \theta_{\max})$ ، وعند الشاقول كلّها حركية، $E = \frac{1}{2} m v^2$. وبمساواة الاثنين نجد سرعة الشاقول نفسها التي أعطتها نظرية الطاقة الحركية.

وفي المحاكاة أدناه نوّاسٌ بسيطٌ طول خيطه 1 m يُترك من 60° ، ومعه الطاقتان ومجموعهما، وسرعة الكرة وتوتّر الخيط عند المرور بالشاقول.



النّوَّاس البسيط من الصفحتين 32 و33: الطاقة الكامنة الثقاليّة E_p والطاقة الحركيّة E_k تتبادلان، ومجموعهما الطاقة الميكانيكيّة E ثابت بإهمال القوى المبدّدة للطاقة. وعند المرور بالشاقول تبلغ السرعة v وتوتّر الخيط T أكبر قيمتهما.

نوّاس بسيط كتلة كرتة $m = 0.4 \text{ kg}$ وطول خيطه $l = 0.5 \text{ m}$ ، تُترك كرتة دون سرعة ابتدائيّة من $\theta_{\max} = 60^\circ$. ما طاقته الميكانيكيّة لحظة الترك، إذا أخذنا مبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقاليّة كما في الكتاب؟ نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

كيف أبدأ؟ لحظة الترك $v = 0$. كم تعلق الكرة عندئذٍ فوق مبدأ القياس؟

(أ) $E = 0 \text{ J}$

(ب) $E = 2 \text{ J}$

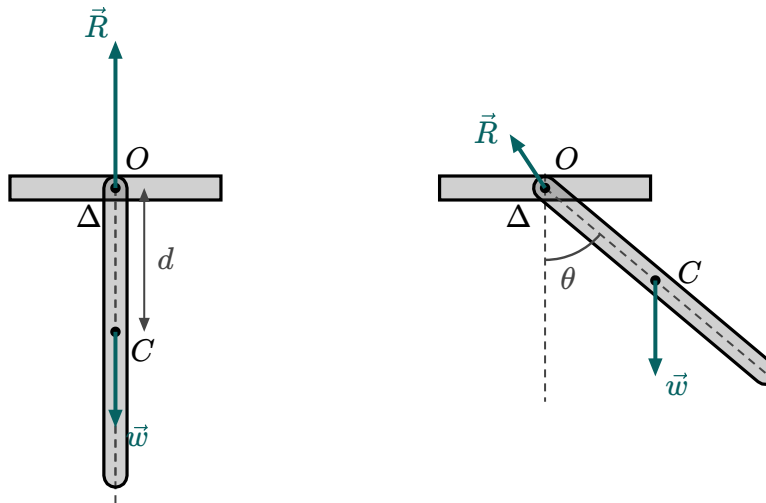
(ج) $E = 1 \text{ J}$

ج. نعم: لحظة الترك $E_k = 0$ ، والكرة أعلى من مبدأ القياس بـ $h = l(1 - \cos \theta_{\max})$ ، أي $h = 0.25 \text{ m}$ ، ف $E = mgh = 4 \times 0.25 = 1 \text{ J}$.

الطريقة نفسها في النّوَّاس الثّقليّ المركّب

هذه الفقرة إضافة منّا، ولها حدود: نصّ الكتاب في هذا الدرس يطبّق نظريّة الطاقة الحركيّة على النّوَّاس البسيط وحده، في الصفحة 32، ولا يشرحها للنّوَّاس الثّقليّ المركّب. أمّا الطاقة الحركيّة لجسمٍ يدور، $E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$ ، فيكتبها الكتاب لنّوَّاس الفتل في جدول التشابه، الصفحة 21، بالحرف w مكان ω . والمسألتان الأولى والرابعة من مسائل هذا الدرس، في الصفحتين 36 و37، تطلبان هذا الحساب على النّوَّاس الثّقليّ المركّب.

في النّوَّاس الثّقليّ المركّب يدور جسمٌ صلبٌ حول محورٍ أفقيّ Δ يمرّ من النقطة O ، ومركز عطالته C على بُعد $d = OC$ منه. وتؤثّر فيه قوّتان، كما في الكتاب، الصفحة 27: ثقله $\vec{w}$ في مركز عطالته C ، و«قوة ردّ فعل محور الدوران على الجسم» $\vec{R}$. ونهمل الاحتكاك في المحور ومقاومة الهواء.



- 1. الوضع (1): لحظة الترك:** تُترك الساق دون سرعة ابتدائية، و $\theta = \theta_{\max}$: السرعة الزاوية $\omega = 0$ ، ومركز العطالة C في أعلى موضع له.
- 2. الوضع (2): عند المرور بالشاقول:** نزل C ارتفاعاً $h = d(1 - \cos \theta_{\max})$ ، فصار عمل الثقل طاقةً حركية، والسرعة الزاوية ω أكبر ما تكون.

ساق متجانسة تدور حول محور أفقي Δ يمرّ من طرفها العلوي O ، و $d = OC$. الثقل w في C ، وقوة ردّ فعل المحور R في O ، والقوتان مرسومتان بمقياسٍ واحد.

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضع (1) عند $\theta_{\max}$ والوضع (2) عند المرور بالشاقول، بالخطوات التي تطلبها سلالمة التصحيح.

$$\Delta \bar{E}_{k(1 \rightarrow 2)} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

1. عملا القوتين القوتان هما الثقل w وقوة ردّ فعل المحور R :

$$E_{k2} - E_{k1} = \bar{W}_w + \bar{W}_R$$

2. طاقة جسم يدور $E_{k1} = 0$ لأنّ الجسم يُترك دون سرعة ابتدائية، و $\bar{W}_R = 0$ لأنّ نقطة تأثيرها على المحور لا تنتقل، وهكذا تعلّمها سلالمة التصحيح. والجسم يدور، فطاقته الحركية في الوضع (2) $\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$:

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 - 0 = \bar{W}_w + 0$$

3. عمل الثقل الثقل يؤثّر في مركز العطالة C ، و C على بُعد d من المحور، فنزوله كنزول كرة النّوَّاس البسيط مع d مكان l . و m كتلة الجملة كلّها:

$$\bar{W}_w = m g h$$

$$h = d(1 - \cos \theta_{\max})$$

4. السرعة الزاويّة نعوض ونستخرج ω :

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = m g d (1 - \cos \theta_{\max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 m g d (1 - \cos \theta_{\max})}{I_{\Delta}}}$$

5. السرعة الخطيّة كلّ نقطةٍ من الجسم على بُعد r من المحور تتحرّك على دائرة نصف قطرها r ، وسرعتها الخطيّة:

$$v = \omega r$$

الجسم يدور، فطاقته الحركيّة بعزم عطالته وسرعته الزاويّة، والثقل ينزل مع مركز العطالة:

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = m g d (1 - \cos \theta_{\max})$$

انتبه: 📌 الجسم الصلب يدور، فطاقته الحركيّة $\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$ لا $\frac{1}{2} m v^2$: نقاطه تتحرّك بسرعاتٍ مختلفة. سلّم تصحيح الدورة الأولى 2019 لا يقبل $\frac{1}{2} m v^2$ هنا، وفي الدورة الثانية 2016 كلّف هذا الخطأ أربع عشرة درجة. ولا خيط هنا: القوّة في المحور $\vec{R}$ ، وكتابة $\vec{W}_T$ مكان $\vec{W}_R$ تُخسر درجةً أو درجتين.

ومن مسائل الامتحان الإحدى عشرة التي ذكرناها في البداية تسعّ على النّوَّاس الثّقليّ المركّب، وفي جميعها كانت الزاوية 60° ، معطاةً أو مطلوبة. وكثيراً ما يُطلب بعدها $v = \omega r$ لكتلةٍ نقطيّةٍ على الجسم.

نوّاسٍ ثّقليٍّ مركّبٍ كتلته $m = 2 \text{ kg}$ ، وعزم عطالته حول محور دورانه $I_{\Delta} = 0.5 \text{ kg.m}^2$ ، ومركز عطالته على بُعد $d = 0.4 \text{ m}$ من المحور. نتركه دون سرعةٍ ابتدائيّةٍ من $\theta_{\max} = 60^\circ$. ما سرعته الزاويّة لحظة المرور بالشاقول؟ نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

| كيف أبدأ؟ الجسم يدور: بأيّ علاقةٍ تُكتب طاقته الحركيّة؟ ثمّ ساوِها بعمل الثقل.

(أ) $\omega = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

(ب) $\omega = 2\sqrt{2} \text{ rad.s}^{-1}$

(ج) $\omega = 4 \text{ rad.s}^{-1}$

ج. نعم: عمل الثقل $m g d (1 - \cos \theta_{\max}) = 4 \text{ J}$ ، وهو $\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = 0.25 \omega^2$ ، ف $\omega^2 = 16$ ، أي $\omega = 4 \text{ rad.s}^{-1}$.

مثالٌ محلول: ساقٌ معلّقة من طرفها

مثال من عندنا يجمع ما سبق، بالقيمتين اللتين تستعملهما مسائل الامتحان: $\pi^2 = 10$ و $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. ونحسب عزم عطالة الساق حول طرفها كما حسبه الكتاب في التطبيق، الصفحة 28.

مثال من عندنا: ساق متجانسة طولها $L = 54 \text{ cm}$ وكتلتها M ، تدور في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي ثابت يمر من طرفها العلوي، وعزم عطالتها حول محور عمودي عليها يمر من مركز عطالتها $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} M L^2$. احسب دورها الخاص في حالة السعات الزاوية الصغيرة. ثم نزيحها عن موضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{\max} = 60^\circ$ ونتركها دون سرعة ابتدائية: احسب سرعتها الزاوية لحظة مرورها بالشاقول، ثم السرعة الخطية لطرفها السفلي عندئذ.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{M g d}}$$

1. عزم العطالة نحول $L = 0.54 \text{ m}$. مركز عطالة الساق في منتصفها، فالمحور على بُعد $d = \frac{L}{2} = 0.27 \text{ m}$ منه، ونطبق نظرية هايفنز كما في الكتاب:

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} M L^2 + M \left(\frac{L}{2} \right)^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{3} M L^2$$

2. الدور الخاص يختصر M ، و $\frac{I_{\Delta}}{M g d} = \frac{2L}{3g} = 0.036$ ، و $4\pi^2 = 40$. وهذا دورها في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} = \sqrt{40 \times 0.036}$$

$$T_0 = \sqrt{1.44} = 1.2 \text{ s}$$

3. نظرية الطاقة الحركية نطبقها بين لحظة الترك ولحظة المرور بالشاقول، كما في الفقرة السابقة، ثم نعوض $I_{\Delta} = \frac{1}{3} M L^2$ و $d = \frac{L}{2}$ و $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = M g d (1 - \cos 60^\circ)$$

$$\frac{1}{6} M L^2 \omega^2 = \frac{1}{4} M g L$$

$$\omega^2 = \frac{3g}{2L} = \frac{30}{1.08} = \frac{250}{9}$$

4. السرعة الزاوية يختصر M هنا أيضاً. و $250 = 25 \times 10$ ، ومع $\pi^2 = 10$ يكون $\sqrt{10} = \pi$:

$$\omega = \frac{5\sqrt{10}}{3} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1}$$

5. السرعة الخطيّة للطرف السفليّ الطرف السفليّ على بُعد $r = L = 0.54 \text{ m}$ من المحور:

$$v = \omega r = \frac{5\pi}{3} \times 0.54$$

$$v = 0.9\pi \text{ m.s}^{-1}$$

نقاط الساق كلّها تدور بالسرعة الزاويّة نفسها، والأبعد عن المحور أسرع: طرفها السفليّ أسرع من مركز عطالتها مرّتين.

$$v = \omega r$$

انتبه: في هذا المثال خرجت السرعة الزاويّة عند الشاقول مساويةً للنّبض الخاصّ، $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1}$ ، وهذه مصادفةٌ تخصّ الزاوية 60° . وهما مقداران مختلفان: ω_0 ثابتٌ من ثوابت الحركة صغيرة السعة، و ω تتغيّر مع الزمن. فاحسب ω بنظرية الطاقة الحركيّة، ولا تكتب $\omega = \omega_0$ مكانها.

ساقٌ متجانسة طولها $L = 0.6 \text{ m}$ وكتلتها M ، تدور حول محورٍ أفقيّ عموديٍّ عليها يمرّ من طرفها العلويّ، و $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} M L^2$ حول محورٍ موازٍ له يمرّ من منتصفها. نتركها دون سرعةٍ ابتدائيّة من $\theta_{\max} = 60^\circ$. ما سرعتها الزاويّة لحظة المرور بالشاقول؟ نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

| كيف أبدأ؟ اتبع خطوات المثال: عزم العطالة حول محور الدوران، ثمّ بُعد مركز العطالة عن المحور، ثمّ نظرية الطاقة الحركيّة.

(أ) $\omega = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

(ب) $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$

(ج) $\omega = 5\sqrt{2} \text{ rad.s}^{-1}$

أ. نعم: $I_{\Delta} = \frac{1}{3} M L^2$ و $d = \frac{L}{2}$ ، ومع $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ يكون $\omega^2 = \frac{3g}{2L} = 25$ أي $\omega = 5 \text{ rad.s}^{-1}$.

خلاصة، ونوَّاس في برج

خلاصة الدرس عند المرور بالشاقول: في النّوَّاس البسيط نحسب السرعة بنظرية الطاقة الحركيّة، ثمّ توتّر الخيط بالإسقاط على الناظم. وفي النّوَّاس الثقليّ المركّب نحسب السرعة الزاويّة بالنظرية نفسها مع $\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$ ، ثمّ السرعة الخطيّة $v = \omega r$.

وفي «إثراء» الصفحة 33 كرة فولاذيّة عملاقة معلّقة في برج تايبيه، «كأنّها نوَّاساً عملاقاً»، تُخمد تأرجح البرج في الزلازل والرياح: نوَّاسٌ مطلوبٌ منه أن يتخامد، على خلاف ما درسناه.

نوّاسٌ بسيطٌ تُترك كرتة دون سرعةٍ ابتدائيةٍ من زاويةٍ $\theta_{\max}$ أصغر من 90° . أيّ العبارات تصف لحظة مرورها بالشاقول؟

كيف أبدأ؟ أين تكون الكرة بالنسبة إلى مبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقالية؟ وماذا تعطي علاقة التوتّر عند $\theta = 0$ ؟

(أ) سرعة الكرة أكبر ما تكون، وتوتّر الخيط يساوي ثقلها.

(ب) سرعة الكرة أكبر ما تكون، وتوتّر الخيط أكبر من ثقلها.

(ج) طاقة الكرة الكامنة الثقالية أكبر ما تكون، وتوتّر الخيط أكبر من ثقلها.

ب. نعم: الطاقة هناك كلّها حركيّة فالسرعة أعظميّة، و $T = m g (3 - 2 \cos \theta_{\max})$ أكبر من $m g$ لأنّ $\cos \theta_{\max} < 1$.

المصدر: الفيزياء، الصفحات 32 إلى 33 من الطبعة الرسمية 2025 / 2026.