

☆ بسيطة

الفيزياء، البكالوريا، الفرع العلمي

الطاقة والكتلة في الميكانيك النسبي

الطاقة الكلية والطاقة السكونية، وتكافؤ الكتلة والطاقة، ومتى نعود إلى الميكانيك الكلاسيكي
الحركة والتحرك . الوحدة 1 . الدرس 5 (2 من 2)

عرفنا في الدرس السابق أنّ الزمن يتمدد عند الحركة نسبياً، وأنّ الطول يتقلص في منحى الحركة. ونسأل في هذا الدرس: ماذا يحدث لكتلة الجسم ولطاقته؟ نتابع مع الكتاب في الصفحات 56 إلى 58: الطاقة الكلية، ثم تكافؤ الكتلة والطاقة مع تطبيق الكتاب، ثم متى تعود قوانين الميكانيك الكلاسيكي، ونضيف كمية الحركة النسبية ومثالاً من عندنا. وجاءت الطاقة والكتلة في الميكانيك النسبي في ستّ من أوراق الامتحان التي قرأناها منذ 2020، سؤال اختيار من متعدد في كلّ مرّة.

الطاقة الكلية

تذكّر: «إنّ الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي هي مجموع الطاقة السكونية والطاقة الحركية.» الكتاب، الصفحة 56.

$$E = E_0 + E_k$$

الطاقة السكونية E_0 يملكها الجسم لأنّ له كتلة عند السكون m_0 ، والطاقة الحركية E_k هي الباقي من الطاقة الكلية. ويكتب الكتاب الطاقة الكلية $E = mc^2$ قبل أن يعرف m بـ m الكتلة عند الحركة، ونراها في الفقرة التالية.

$$\begin{aligned} E_0 &= m_0 c^2 \\ E_k &= E - E_0 \\ E &= mc^2 \end{aligned}$$

ساكن

$$E = E_0$$

E

متحرك

$$E_0$$

$$E_k$$

الطاقة الكلية لجسم ساكن هي طاقته السكونية وحدها، $E = E_0$ ، ولجسم متحرك $E = E_0 + E_k$. الرسم من عندنا، بنسبة $E_k = 2E_0$.

فالجسم الساكن طاقته الحركية معدومة، أما طاقته الكلية فليست معدومة: $E = E_0 = m_0 c^2$. وبهذا جاء سؤال اختيار من متعدّد في امتحان 2020، النظام الحديث: جسم ساكن عند مستوي مرجعي، فطاقته الكلية النسبية $E = E_0$.

انتبه: في الملخص آخر الدرس، الصفحة 60، طبع بجانب الطاقة الكلية $E_k = mc^2$ ، والصحيح $E = mc^2$ كما في الصفحة 56. ف mc^2 هي الطاقة الكلية، والطاقة الحركية $E_k = E - E_0$.

جسم كتلته السكونية $m_0 = 2 \text{ kg}$ ساكن على سطح الأرض. ما طاقته الكلية وفق الميكانيك النسبي؟ نعدّ $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

| كيف أبدأ؟ هل تنعدم الطاقة الكلية حين تنعدم الطاقة الحركية؟

(أ) $E = 0$

(ب) $E = 6 \times 10^8 \text{ J}$

(ج) $E = 1.8 \times 10^{17} \text{ J}$

ج. نعم: الجسم ساكن، ف $E_k = 0$ و $E = E_0 = m_0 c^2$ ، أي $2 \times (3 \times 10^8)^2 = 1.8 \times 10^{17} \text{ J}$

تكافؤ الكتلة والطاقة

الكتلة في الميكانيك الكلاسيكي ثابتة عند السرعات الصغيرة أمام سرعة انتشار الضوء في الخلاء. أما في الميكانيك النسبي فتزداد بزيادة السرعة، كما في الكتاب، الصفحة 56:

$$m = \gamma m_0$$

«حيث: m الكتلة عند الحركة، m_0 الكتلة عند السكون.» وتُسمى m_0 أيضاً الكتلة السكونية، كما في المسألة الثالثة في الصفحة 62 وفي أسئلة الامتحان. و γ معامل لورينتز من الدرس السابق، وهو أكبر من الواحد ما دامت v غير معدومة، فالكتلة عند الحركة أكبر من الكتلة عند السكون.

ويسأل الكتاب: «من أين أتت هذه الزيادة في الكتلة؟» تتبعه، ثم نكتب الطاقة الحركية بدلالة γ كما يكتبها في الصفحة 58.

$$E_k = ?$$

1. الطاقة الحركية من الفقرة السابقة $E_k = E - E_0$ ، و $E = mc^2$ و $E_0 = m_0c^2$:

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = (m - m_0) c^2$$

2. زيادة الكتلة نسبي الزيادة $\Delta m = m - m_0$:

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

3. بدلالة معامل لورينتز نعوض $m = \gamma m_0$ في الخطوة الأولى، كما في الصفحة 58:

$$E_k = (\gamma m_0 - m_0) c^2$$

$$E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

«عندما يتحرك الجسم تزداد كتلته بمقدار يساوي طاقته الحركية مقسومة على رقم ثابت c^2 ، أي أن الكتلة تكافئ الطاقة.» الكتاب، الصفحة 56. وبدلالة الطاقة السكونية:

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

$$E_k = (\gamma - 1) E_0$$

وجاءت هذه العلاقات في أوراق الامتحان أسئلة اختيار من متعدد: في الدورة الأولى 2023 سرعة جسيم $v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$

والمطلوب كتلته عند الحركة، وفي 2025 و2026 العكس، الكتلة عند الحركة $2m_0$ ثم $3m_0$ والمطلوب السرعة. وفي الدورة الثانية 2023 $E_k = 2E_0$ والمطلوب γ ، وفي الدورة الأولى 2024 علاقة $E_k = (\gamma - 1) E_0$ نفسها.

انتبه: لا تخلط بين mc^2 و E_k : mc^2 هي الطاقة الكلية. فإذا كانت $E_k = 2E_0$ كانت $E = 3E_0$ و

$\gamma = 3$ ، لا $\gamma = 2$.

يتحرك جسيم كتلته السكونية m_0 بسرعة $v = 0.8c$ ، فمعامل لورينتز لحركته $\gamma = \frac{5}{3}$. ما طاقته الحركية وفق الميكانيك النسبي؟

| كيف أبدأ؟ الطاقة الحركية هي الطاقة الكلية ناقص الطاقة السكونية.

$$E_k = \frac{2}{3} m_0 c^2 \quad (\text{أ})$$

$$E_k = \frac{5}{3} m_0 c^2 \quad (\text{ب})$$

$$E_k = \frac{8}{15} m_0 c^2 \quad (\text{ج})$$

$$\text{أ. نعم: } E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2 , \text{ أي } \left(\frac{5}{3} - 1 \right) m_0 c^2 = \frac{2}{3} m_0 c^2 .$$

من الكتاب: إلكترون في أنبوبة تلفاز

تطبيق (6) في الكتاب، الصفحة 57: يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية $E_k = 27 \times 10^{-16} \text{ J}$. احسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقته الحركية، ثم طاقته السكونية، علماً أنّ $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

$$\frac{\Delta m}{m_0} \times 100 = ?$$

1. زيادة الكتلة من تكافؤ الكتلة والطاقة:

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2} = \frac{27 \times 10^{-16}}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$\Delta m = 3 \times 10^{-32} \text{ kg}$$

2. النسبة المئوية نقسم على الكتلة عند السكون $m_0 = m_e$:

$$\frac{\Delta m}{m_0} \times 100 = \frac{3 \times 10^{-32}}{9 \times 10^{-31}} \times 100$$

$$\approx 3.33 \%$$

3. الطاقة السكونية نعوض، ويكتب الكتاب النتيجة $81 \times 10^{-15} \text{ J}$:

$$E_0 = m_0 c^2$$

$$E_0 = 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$E_0 = 8.1 \times 10^{-14} \text{ J}$$

زادت كتلة الإلكترون بنحو 3.33 % فقط. ونلاحظ أنَّ هذه النسبة هي نسبة طاقته الحركية إلى طاقته السكونية:

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{E_k}{E_0} = \frac{1}{30}$$

ويكتب الكتاب كتلة الإلكترون في المعطيات m_e وفي الحل m_0 ، وهما هنا الكتلة نفسها، كتلته عند السكون. ولم نجد حساب زيادة الكتلة مطلوباً في أوراق الامتحان التي قرأناها من 2016 إلى 2026.

يكتسب جسيم طاقةً حركية $E_k = 4.5 \times 10^{-14} \text{ J}$. بكم تزداد كتلته؟ نعدّ $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

| كيف أبدأ؟ أيّ علاقة تربط زيادة الكتلة بالطاقة الحركية؟

أ) $\Delta m = 1.5 \times 10^{-22} \text{ kg}$

ب) $\Delta m = 5 \times 10^{-31} \text{ kg}$

ج) $\Delta m = 4.05 \times 10^3 \text{ kg}$

ب. نعم: $\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$ ، أي $\frac{4.5 \times 10^{-14}}{9 \times 10^{16}} = 5 \times 10^{-31} \text{ kg}$

متى نطبّق قوانين النسبية؟

يسأل الكتاب في الصفحة 57 عن مكوك الفضاء وسرعته نحو 27870 km.h^{-1} : هل تُعدّ قريبةً من سرعة الضوء في الخلاء،

وهل يفيد تطبيق القوانين النسبية على حركته؟ نحوّل: $v \approx 7742 \text{ m.s}^{-1}$ ، أي $\frac{v}{c} \approx 2.6 \times 10^{-5}$ ، فيكون

$$\gamma - 1 \approx 3.3 \times 10^{-10}$$

فرق لا أثر له في حركة المكوك.

تذكّر: «إنّ أثر النظرية النسبية الخاصة يُهمّل من أجل السرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء، وتؤوّل عندها العلاقات الفيزيائية إلى شكلها الكلاسيكي.» الكتاب، الصفحة 57.

يبين الكتاب في الصفحة 58 كيف تؤوّل الطاقة الحركية النسبية إلى شكلها الكلاسيكي. نتبعه، ونكتب الخطوة التي يختصرها.

$$v \ll c$$

1. سرعة صغيرة إذا كانت $v \ll c$ فإنّ $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ، ونكتب γ بأشّ سالب:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

2. التقريب من أجل عددٍ صغيرٍ جداً x يكون $(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2}$ ، جُزِب: $x = 0.01$ يعطي 1.00504 مقابل 1.005 . هذه الخطوة من عندنا، والكتاب يكتب نتيجتها بإشارة : =

$$\gamma \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

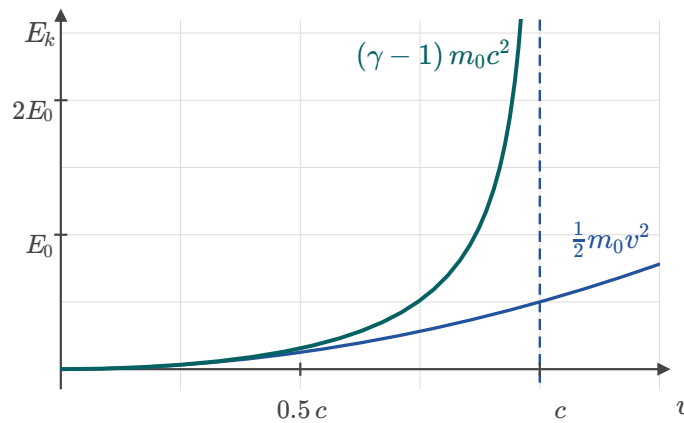
3. الطاقة الحركية نعوض في $E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$:

$$E_k \approx \frac{v^2}{2c^2} m_0 c^2$$

$$E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

«وهي علاقه الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.» الكتاب، الصفحة 58.

$$E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$



الطاقة الحركية بدلالة السرعة: المنحني $(\gamma - 1) m_0 c^2$ في الميكانيك النسبي، والمنحني $\frac{1}{2} m_0 v^2$ في الميكانيك الكلاسيكي. ينطبقان تقريباً عند السرعات الصغيرة ويفترقان قرب c : النسبي يرتفع بلا حد قبل الخط المتقطع عند c ، فلا يبلغ الجسم سرعة الضوء. الرسم من عندنا.

ولم نجد هذا التقريب مطلوباً في أوراق الامتحان التي قرأناها من 2016 إلى 2026، فهو لفهم الصلة بين الميكانيكين.

يتحرك جسم بسرعة $v = 0.2c$. ما قيمة γ بالعلاقة التقريبية؟

كيف أبدأ؟ احسب $\frac{v^2}{c^2}$ أولاً.

(أ) $\gamma \approx 1.1$

(ب) $\gamma \approx 1.02$

(ج) $\gamma \approx 1.04$

ب. نعم: $\frac{v^2}{c^2} = 0.04$ ، و $\gamma \approx 1 + \frac{0.04}{2} = 1.02$. والقيمة الدقيقة $\frac{1}{\sqrt{0.96}} \approx 1.0206$ ، فالتقريب جيد.

زيادة من عندنا: كمية الحركة

هذه الفقرة من عندنا: علاقة كمية الحركة النسبية غير مطبوعة في الدرس، الصفحات 50 إلى 62، لكن ثلاثة مواضع فيه تحتاجها: «سؤال» في الصفحة 58، و«المسألة الثانية» و«تفكير ناقد» في الصفحة 62.

في الميكانيك الكلاسيكي كمية الحركة $p = m_0 v$. وفي الميكانيك النسبي نضرب السرعة في الكتلة عند الحركة:

$$p = m v = \gamma m_0 v$$

وبهذا نجيب عن «سؤال» الكتاب في الصفحة 58: إذا كانت $v \ll c$ كان $\gamma \approx 1$ ، فتؤول p إلى شكلها الكلاسيكي

$m_0 v$. أما قرب c فالفرق كبير: في «المسألة الثانية» في الصفحة 62 سرعة الإلكترون $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$ ، ف $\gamma = 3$ ، وكمية

حركته النسبية ثلاثة أمثال الكلاسيكية. ولم نجد كمية الحركة النسبية مطلوبة في أوراق الامتحان التي قرأناها من 2016 إلى 2026.

يتحرك جسيم كتلته السكونية m_0 بسرعة $v = 0.8c$ ، فمعامل لورينتز لحركته $\gamma = \frac{5}{3}$. ما كمية حركته وفق

الميكانيك النسبي؟

كيف أبدأ؟ بأي كتلة نضرب السرعة في الميكانيك النسبي؟

(أ) $p = 0.48 m_0 c$

(ب) $p = 0.8 m_0 c$

(ج) $p = \frac{4}{3} m_0 c$

ج. نعم: $p = \gamma m_0 v$ ، أي $\frac{5}{3} \times 0.8 m_0 c = \frac{4}{3} m_0 c$.

مثالٌ محلّول: من الكتلة إلى السرعة

مثالٌ من عندنا، في اتجاه أسئلة الامتحان: إلكترونٌ كتلته السكونيّة $m_0 = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ كما في تطبيق الكتاب، وكتلته عند الحركة $m = \frac{5}{4} m_0$. احسب سرعته، ثمّ طاقته الحركيّة. نعدّ $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

$$v = ?$$

1. معامل لورينتز من $m = \gamma m_0$:

$$\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{5}{4}$$

2. السرعة نقلب العلاقة $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\gamma^2} = \frac{16}{25} \\ \frac{v^2}{c^2} &= \frac{9}{25} \\ v &= 0.6 c = 1.8 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

3. الطاقة الحركيّة الطاقة السكونيّة للإلكترون $E_0 = 8.1 \times 10^{-14} \text{ J}$ من تطبيق الكتاب:

$$\begin{aligned} E_k &= (\gamma - 1) E_0 = \frac{1}{4} E_0 \\ E_k &= 2.025 \times 10^{-14} \text{ J} \end{aligned}$$

الطريق الذي تسأل عنه أوراق الامتحان: من الكتلتين إلى γ ، ومن γ إلى السرعة:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{m}{m_0} \\ \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \frac{1}{\gamma^2} \end{aligned}$$

جسيم كتلته عند الحركة $m = 2.6 m_0$. ما سرعته؟

كيف أبدأ؟ احسب γ من الكتلتين، ثم $\frac{v^2}{c^2}$.

(أ) $v = \frac{12}{13} c$

(ب) $v = \frac{144}{169} c$

(ج) $v = \frac{5}{13} c$

أ. نعم: $\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{13}{5}$ ، و $\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$ ، ف $v = \frac{12}{13} c \approx 0.92 c$.

المصدر: الفيزياء، الصفحات 56 إلى 59 من الطبعة الرسمية 2025 / 2026.