

☆ بسيطة

الفيزياء، البكالوريا، الفرع العلمي

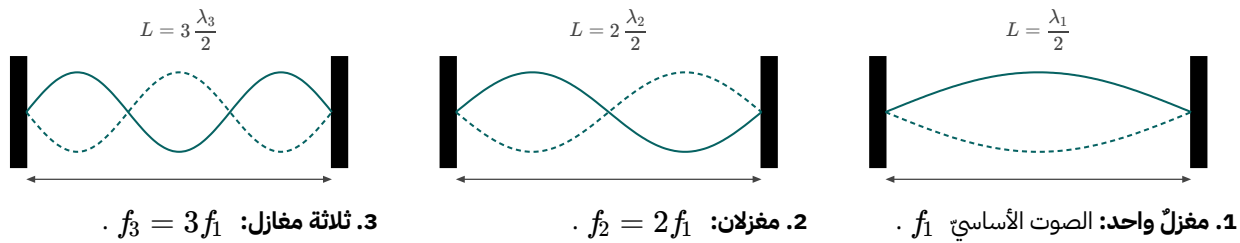
الوتر المهتز: التجارب وسرعة الانتشار

الصوت الأساسي والمدرجات، والتجارب على نهاية مقيدة أو طليقة، وسرعة الانتشار في وتر مشدود والكتلة الخطية
الأمواج المُستقرّة . الوحدة 3 . الدرس 1 (2 من 3)

لماذا يعطي الوتر نفسه صوتاً أحد حين نشده أكثر أو نقصره؟ في هذا الدرس قانون الأوتار المهتزة الذي يجمع الطول وقوة الشد والكتلة. وجاء الوتر مسألة في أربع أوراق امتحان بين 2018 و2024. نتابع مع الكتاب في الصفحات 166 إلى 172.

الاهتزازات الحرة في وتر مرن

في تجربة الكتاب، الصفحة 166، نشد وترّاً مرناً بين مسمارين البعد بينهما L ، ثم نزيحه من منتصفه ونتركه. الوتر يهتز بمغزل واحد. وإذا نقرناه من ربعه ولمسنا منتصفه برأس قلم اهتز بمغزلين، ومن سدسه مع لمس ثلثه بثلاثة مغازل.



الوتر بين نقطتين ثابتتين، الكتاب، الصفحة 166. الرسم من عندنا.

تذكّر: عندما نزيح الوتر المرن المشدود من منتصفه ونتركه، فإنه يهتز اهتزازاً حرّاً بتواتره الخاص f_1 مولداً موجةً مُستقرّةً نتيجة انعكاسها بالنقطتين الثابتتين ويتشكّل مغزل واحد، ونُسمّي الصوت الناتج بالصوت الأساسي f_1 . « ونُسمّي الأصوات التي يتشكّل فيها مغزلان أو أكثر «بالمدرجات». الكتاب، الصفحة 166:

$$f = n f_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

الاهتزازات القسريّة والتجارب

في تجربة الكتاب، الصفحتان 167 و168، نثبت طرف الوتر بهزّاة تواترها f قابل للتغيير، ونمرّره على بكره تشكّل عقدة ثابتة، ونجعل تواتر صوته الأساسي $f_1 = 10 \text{ Hz}$. تتولّد أمواج في الوتر مهما كان تواتر الهزّاة. فإذا لم يكن f مضاعفاً صحيحاً لـ

f_1 اهتز الوتر بسعة صغيرة من رتبة سعة الهزازة. أما عند $f = 10, 20, 30, 40 \text{ Hz}$ فيكون الوتر بحالة تجاوب، وتتكوّن مغازل سعتها أكبر بكثير من سعة الهزازة.

نتبع الكتاب، الصفحة 168: الوتر بين نهايتين مقيدتين يتجاوب حين يحوي عدداً صحيحاً من المغازل.

$$f = ?$$

1. شرط التجاوب طول الوتر عدداً صحيح من نصف طول الموجة:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

2. التعويض مع $\lambda = \frac{v}{f}$:

$$L = n \frac{v}{2f}$$

n عدد المغازل. أول تواتر يولد مغزلاً واحداً هو التواتر الأساسي $n = 1$ ، والباقي تواترات المدروجات:

$$f = n \frac{v}{2L} = n f_1 \quad f_1 = \frac{v}{2L}$$

وتر بين نهايتين مقيدتين يتجاوب بمغزلين. عدد العقد فيه:

كيف أبدأ؟ بين كل مغزلين عقدة، ولكل طرف عقدة.

(أ) 2

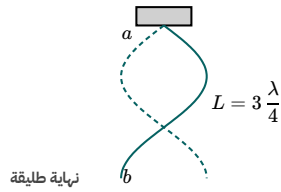
(ب) 3

(ج) 4

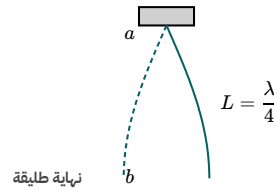
ب. نعم: عقدتا الطرفين وعقدة في المنتصف.

الوتر على نهاية طليقة

في تجربة الكتاب، الصفحة 169، نثبت طرف الوتر بشعبة الهزازة a ونتركه يتدلى شاقولياً، فطرفه السفلي b نهاية طليقة. عند التجاوب تتكوّن في a عقدة اهتزاز، وفي b بطن اهتزاز.



2. المدروج الثالث: $L = 3 \frac{\lambda}{4}$ و $f = 3 \frac{v}{4L}$



1. الصوت الأساسي: $L = \frac{\lambda}{4}$ و $f_1 = \frac{v}{4L}$

وتر متدلّ نهايته السفلى طليقة، الكتاب، الصفحة 169. الرسم من عندنا.

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$$

$$f = (2n - 1) \frac{v}{4L}$$

انتبه: النهاية الطليقة بطن، لا عقدة. لذلك لا يكون الطول عدداً صحيحاً من $\frac{\lambda}{2}$ ، بل عدداً فردياً من $\frac{\lambda}{4}$ ، ولا تظهر إلا المدروجات الفردية $(2n - 1)$.

في تجربة ملد على نهاية طليقة يصدر وتر طوله L صوتاً أساسياً. طول موجته، الكتاب، الصفحة 185:

كيف أبدأ؟ في الطرف الأعلى عقدة، وفي الأسفل بطن.

(أ) $\lambda = 2L$

(ب) $\lambda = L$

(ج) $\lambda = 4L$

ج. نعم: $L = \frac{\lambda}{4}$

سرعة الانتشار في وترٍ مشدود

في تجربة الكتاب، الصفحة 170، نغيّر الأتقال المعلقة بطرف الوتر وطوله وتواتر الهزّارة. «يزداد عدد المغازل عندما يزداد طول الوتر أو عندما يزداد تواتر الاهتزاز، وينقص بزيادة قوّة الشّد.» الكتاب، الصفحة 170.

وتدلّ النتائج على أنّ سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في الوتر المهتز تتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لقوّة الشّد F_T ، وعكساً مع الجذر التربيعي لكثّلة وحدة الطول من الوتر المتجانس، وتُسمّى الكثّلة الخطيّة μ . والثابت في الجملة الدوليّة يساوي الواحد، الكتاب، الصفحة 171:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad \mu = \frac{m}{L}$$

F_T بالنيوتن، و μ بـ kg.m^{-1} ، والكتلة m بالكيلوغرام والطول L بالمتر. وإذا كان الوتر أسطوانياً نصف قطره r وكتلته الحجمية ρ فإن $\mu = \rho \pi r^2$.

انتبه: μ هنا الكتلة الخطية، كتلة المتر من الوتر، لا الكتلة كلّها. ولا علاقة لها بعامل النفاذية في الوحدة الثانية ولا بنسبة التحويل في المحولة: الرمز واحد والمقادير ثلاثة.

نعوّض سرعة الانتشار في علاقة تواتر الوتر بين نهايتين مقيدتين، الكتاب، الصفحة 171.

$$f = ?$$

$$1. \text{ التعويض } f = n \frac{v}{2L} \text{ مع } v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} :$$

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$2. \text{ بالكتلة مع } \mu = \frac{m}{L} :$$

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_T L}{m}}$$

n عدد المغازل، أو رتبة الصوت الصادر. ولوتر واحد، أي بالكتلة الخطية نفسها، وبعدها المغازل نفسه، يكبر التواتر بالشّدّ ويصغر بالطول:

$$f \propto \frac{\sqrt{F_T}}{L}$$

انتبه: السرعة مع الجذر التربيعي لقوة الشّدّ: إذا صارت القوة أربعة أمثالها صارت السرعة مثلثيها فقط.

نزيد قوة شدّ وتر أربع مرّات. سرعة انتشاره الجديدة v' ، الكتاب، الصفحة 185:

كيف أبدأ؟ $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

(أ) $v' = 2v$

(ب) $v' = 4v$

(ج) $v' = \frac{v}{2}$

أ. نعم: $\sqrt{4} = 2$.

نقسم وترأ كتلته الخطيّة μ إلى قسمين متساويين. الكتلة الخطيّة لكلّ قسم، الكتاب، الصفحة 185:

كيف أبدأ؟ $\mu = \frac{m}{L}$ ، وتنقص الكتلة والطول معاً.

(أ) $\frac{\mu}{2}$

(ب) 2μ

(ج) μ

ج. نعم: $\frac{m/2}{L/2} = \frac{m}{L}$.

من الكتاب: مسائل

تطبيق الكتاب، الصفحتان 171 و 172: وترّ مشدود طوله $L = 1 \text{ m}$ وكتلته $m = 6 \text{ g}$ ، مشدود بقوة F_T ، يهتز بالتجاوب مع رنانة تواترها 50 Hz مكوّناً خمسة مغازل.

$\mu, F_T, v = ?$

1. الكتلة الخطيّة $m = 6 \times 10^{-3} \text{ kg}$:

$$\mu = \frac{6 \times 10^{-3}}{1} = 6 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}$$

2. قوة الشدّ من $f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ مع $n = 5$:

$$F_T = \frac{4L^2 f^2 \mu}{n^2}$$

$$F_T = \frac{4 \times 1 \times 2500 \times 6 \times 10^{-3}}{25} = 2.4 \text{ N}$$

$$3. \text{ سرعة الانتشار } : v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2.4}{6 \times 10^{-3}}} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

وعدد أطوال الموجة على الوتر:

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{L f}{v} = \frac{1 \times 50}{20} = 2.5$$

المسألة السابعة، الكتاب، الصفحة 187: رتانة تواترها 30 Hz يتصل بإحدى شعبتيها خيط مرّ طوله 2 m . يُشدّ بقوة 7.2 N فيهتز مكوّناً مغزلاً واحداً.

$$m, F_T (n = 2, 3) = ?$$

1. السرعة مغزلاً واحداً: $\lambda = 2L = 4 \text{ m}$

$$v = \lambda f = 4 \times 30 = 120 \text{ m.s}^{-1}$$

2. الكتلة $\mu = \frac{F_T}{v^2}$ ثم $m = \mu L$

$$\mu = \frac{7.2}{14400} = 5 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^{-1}$$

$$m = 5 \times 10^{-4} \times 2 = 10^{-3} \text{ kg}$$

3. مغزلان وثلاثة التواتر والطول ثابتان، ف $F_T \propto \frac{1}{n^2}$

$$F_T = \frac{7.2}{4} = 1.8 \text{ N} \quad F_T = \frac{7.2}{9} = 0.8 \text{ N}$$

لنزيد عدد المغازل مع التواتر نفسه نُقص قوة الشد:

$$F_T = \frac{4L^2 f^2 \mu}{n^2}$$

المسألة العاشرة، الكتاب، الصفحة 188: وتر آلة موسيقية طوله 1 m وكتلته 20 g ، مثبت من طرفيه ومشدود بقوة 2 N .

$$v, f_1, f_2, f_3 = ?$$

$$1. \text{ السرعة } \mu = \frac{0.02}{1} = 0.02 \text{ kg.m}^{-1}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{0.02}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$2. \text{ الصوت الأساسي } f_1 = \frac{v}{2L}$$

$$f_1 = \frac{10}{2} = 5 \text{ Hz}$$

$$3. \text{ المدروجات } f = n f_1$$

$$f = 5, 10, 15 \text{ Hz}$$

المدروجات على الوتر بين نهايتين مقيّدتين كلّ المضاعفات الصحيحة:

$$f = n f_1$$

وترّ صوته الأساسي 250 Hz . نقص طوله إلى النصف ونزيد قوّة شدّه إلى مثليها. صوته الأساسي الجديد، المسألة الثالثة، الكتاب، الصفحة 187:

$$\text{كيف أبدأ؟ } f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} : \text{ الطول في المقام، والشدّ تحت الجذر.}$$

$$f_1' = 1000 \text{ Hz (أ)}$$

$$f_1' \approx 707 \text{ Hz (ب)}$$

$$f_1' \approx 177 \text{ Hz (ج)}$$

$$\text{ب. نعم: } 250 \times 2 \times \sqrt{2} \approx 707 \text{ Hz}.$$

وتزيهت بثلاثة مغازل. نريد خمسة مغازل بتغيير قوّة الشدّ وحدها. نضرب القوّة في، الكتاب، الصفحة 187:

كيف أبدأ؟ التواتر والطول ثابتان، و $F_T \propto \frac{1}{n^2}$.

(أ) $\frac{9}{25}$

(ب) $\frac{25}{9}$

(ج) $\frac{3}{5}$

أ. نعم: $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ ، فننقص القوّة.

المصدر: الفيزياء، الصفحات 166 إلى 172 من الطبعة الرسمية 2025 / 2026.