الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: التابع الأسّي النيبري

التابع الأسّي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. اكتب بأبسط ما يمكن: $A = e^{\ln 2} + e^{\ln 3}$.

أ) 6

ب) 5

ج) $\ln 5$

2. اكتب بأبسط ما يمكن: $D = e^{-\ln \frac{3}{2}} + e^{\ln \frac{1}{3}}$.

أ) 1

ب) $\frac{11}{6}$

ج) $-\frac{7}{6}$

3. ما مجموعة تعريف العبارة $C = \ln\left(e^{\frac{1}{x}}\right) + e^{-\ln x}$ ؟

أ) $]0, +\infty[$

ب) $\mathbb{R}^*$

ج) $\mathbb{R}$

4. اكتب بأبسط ما يمكن على $]0, +\infty[$: $A = e^{\ln x} - \ln\left(2e^{x}\right)$.

أ) $\ln 2$

ب) 0

ج) $-\ln 2$

5. حلّ المعادلة $e^{3-x} = 1$ في $\mathbb{R}$.

أ) $x = -3$

ب) $x = 3$

ج) لا حلّ، لأنّ التابع الأسّي موجبٌ تماماً ولا يبلغ 1

6. حلّ المعادلة $e^{2x^2+3} = e^{7x}$ في $\mathbb{R}$.

أ) $\{1, 6\}$

ب) $\{3\}$

ج) $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$

7. حلّ المعادلة $2e^{-x} = \dfrac{1}{e^x + 2}$ في $\mathbb{R}$.

أ) $x = \ln 4$

ب) $x = \ln(-4)$

ج) $\mathcal{S} = \emptyset$

8. حلّ المعادلة $\ln\left(e^x - 2\right) = 3$ في $\mathbb{R}$.

أ) $x = \ln\left(e^3 + 2\right)$ ، بعد التحقّق من الشرط $x > \ln 2$

ب) $x = 5$

ج) $x = \ln\left(e^3 + 2\right)$ ، بلا حاجةٍ إلى أيّ شرط

9. حلّ المتراجحة $e^{x^2-2} \leq e^{4-x}$ في $\mathbb{R}$.

أ) $]-3,\ 2[$

ب) $[-3,\ 2]$

ج) $]-\infty,\ -3] \cup [2,\ +\infty[$

10. حلّ المتراجحة $\left(e^x - 1\right)\left(e^x - 4\right) < 0$ في $\mathbb{R}$.

أ) $]1,\ 4[$

ب) $]0,\ 2\ln 2[$

ج) $]-\infty,\ 0[\cup]2\ln 2,\ +\infty[$

11. لماذا تتّفق إشارة $e^x - \dfrac{4}{e^x}$ مع إشارة $e^x - 2$ ؟

أ) لأنّ الكسر يُهمل عندما يكبر x

ب) لأنّ $e^x + 2$ و e^x قد تتغيّر إشارتهما، فيجب إدخالهما في جدول الإشارة

ج) لأنّ $e^x - \dfrac{4}{e^x} = \dfrac{\left(e^x - 2\right)\left(e^x + 2\right)}{e^x}$ ، والعاملان الآخران موجبان تماماً

12. واعتماداً على ذلك، حلّ المتراجحة $e^x - \dfrac{4}{e^x} < 0$ في $\mathbb{R}$.

أ) $]-\infty,\ \ln 2[$

ب) $]-\infty,\ 2[$

ج) $]\ln 2,\ +\infty[$

سلّم التصحيح

1. ب نعم. $e^{\ln 2} = 2$ و $e^{\ln 3} = 3$ ، والشرط $x > 0$ محقّقٌ في الحدّين. ونتائج مسائل هذا التمرين الأربع كلّها أعداد طبيعيّة، وهذه إشارةٌ مقصودة تساعدك على المراجعة.

2. أ نعم. $e^{-\ln a} = \frac{1}{a}$ ، فالحدّ الأوّل $\frac{2}{3}$ والثاني $\frac{1}{3}$ ، ومجموعهما 1 .

3. أ نعم، وهو التقاطع لا الاتّحاد. الحدّ الأوّل يحتاج $x \neq 0$ وحدها، والحدّ الثاني يحتاج $x > 0$ لأنّ $\ln x$ يجب أن يكون موجوداً. والعبارة معرّفةٌ حيث يكون الحدّان معاً معرّفين. بعد ذلك $C = \frac{2}{x}$.

4. ج نعم، والنتيجة ثابتة: x يختفي تماماً. $e^{\ln x} = x$ لأنّ $x > 0$ ، و $\ln(2e^x) = \ln 2 + x$ ، فيبقى $-\ln 2$ عند كلّ x موجب.

5. ب نعم. $e^0 = 1$ ، فتصير المعادلة $e^{3-x} = e^0$ ، وتُقرأ على الأُسَّين مباشرةً بحسب النتيجة 1.

6. ج نعم. المعادلة من النمط $e^{u(x)} = e^{v(x)}$ ، فمجموعة حلولها هي مجموعة حلول $u(x) = v(x)$ نفسها، أي $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

7. ج نعم. بالضرب التبادليّ $2\left(e^x + 2\right) = e^x$ ، أي $e^x = -4$ ، وهذا مستحيلٌ لأنّ $e^x > 0$ دائماً. في هذا التمرين وحده مسألتان مجموعة حلولهما خالية، والكتاب لا ينبّه إلى ذلك.

8. أ نعم، وبالترتيب الصحيح. الشرط $e^x - 2 > 0$ أوّلاً، ثمّ $e^x - 2 = e^3$. والقيمة $\ln\left(e^3 + 2\right) \approx 3.0949$ أكبر من $\ln 2 \approx 0.6931$ ، فالجواب يمرّ.

9. ب نعم. السطر الثالث من النتيجة 1 ينقل المتراجحة إلى الأُسَّين: $x^2 - 2 \leq 4 - x$ ، أي $x^2 + x - 6 \leq 0$ ، وجذراه -3 و 2 .

10. ب نعم. الجداء سالبٌ بين الجذرين، أي $1 < e^x < 4$ ، ثمّ $\ln 1 = 0$ و $\ln 4 = 2\ln 2 \approx 1.3863$. التابع الأسّي متزايدٌ تماماً فلا ينقلب الترتيب.

11. ج نعم، وهذه هي الحركة التي تتكرّر في كلّ الوحدة: وحّد المقام، حلّل، ثمّ اشطب كلّ عاملٍ موجبٍ تماماً. يبقى $e^x - 2$ وحده صاحب القرار.

12. أ نعم. الإشارة هي إشارة $e^x - 2$ ، فالمطلوب $e^x < 2$ ، أي $x < \ln 2$. ولاحظ أنّ التمرين نفسه يعود في الدرس التالي بعلامة $\leq$ بدل $<$ ، فيصير المجال مغلقاً عند $\ln 2$ ، ويُحلّ هناك بتغيير المجهول بدل الإشارة.