

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الكتابة العقدية للتحويلات الهندسية

تطبيقات الأعداد العقدية في الهندسة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. ما نوع التحويل الذي صيغته العقدية الآتية؟

$$z' = z + 3 - 2i$$

(أ) تحاكٍ مركزه النقطة التي يمثلها $3 - 2i$ ونسبته 1(ب) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد $3 - 2i$ (ج) دوران مركزه O وزاويته $3 - 2i$ **2.** ما صورة النقطة التي يمثلها $2 + 3i$ بالانسحاب الذي شعاعه ممثّل بالعدد $b = -1 + i$ ؟

(أ) $3 + 2i$

(ب) $-1 + i$

(ج) $1 + 4i$

3. ما الصيغة العقدية للتحاكي الذي مركزه Ω الذي يمثلّه ω ونسبته k ؟

(أ) $z' - \omega = k(z - \omega)$

(ب) $z' = kz$

(ج) $z' - \omega = kz$

4. التحاكي مركزه Ω الذي يمثلّه $1 + i$ ونسبته $k = 3$. ما صورة النقطة التي يمثلها $2 - i$ ؟

(أ) $6 - 3i$

(ب) $3 - 6i$

(ج) $4 - 5i$

5. تحويل صيغته العقدية $z' = 3z - 2 - 2i$. ما مركزه؟

(أ) $1 + i$

(ب) $-2 - 2i$

(ج) 0

6. ما الصيغة العقدية للدوران الذي مركزه O وزاويته θ ؟

(أ) $z' = e^{i\theta} z$

(ب) $z' = z + e^{i\theta}$

(ج) $z' = \theta z$

7. الدوران مركزه Ω الذي يمثله $2 + i$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$. أي صيغة صحيحة؟

(أ) $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z$

(ب) $z' - (2 + i) = e^{i\frac{\pi}{3}} (z - (2 + i))$

(ج) $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z + 2 + i$

8. ما صورة النقطة التي يمثّلها $3 + i$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ؟

(أ) $3 - i$

(ب) $-1 + 3i$

(ج) $1 - 3i$

9. ما صورة النقطة التي يمثّلها 2 بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ؟

(أ) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ب) $-1 - i\sqrt{3}$

(ج) $-1 + i\sqrt{3}$

10. ما الصيغة المنشورة للتحاكي الذي مركزه Ω الذي يمثله ω ونسبته $k = -1$ ، أي التناظر المركزي؟

(أ) $z' = \omega - z$

(ب) $z' = -z$

(ج) $z' = 2\omega - z$

11. متى يكون المثلث ABC قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين؟

(أ) $c - a = \pm i(b - a)$

(ب) $|c - a| = |b - a|$

(ج) $c - a = \pm e^{i\pi/3}(b - a)$

12. النقاط A و B و C تحقق $c - a = e^{i\pi/3}(b - a)$. ماذا نستنتج؟

(أ) المثلث ABC متساوي الساقين ولا نعرف أكثر

(ب) المثلث ABC متساوي الأضلاع

(ج) المثلث ABC قائم الزاوية في A

13. يرتبط العددان a و b الممثلان للنقطتين A و B بالعلاقة $b = -ia$. ما طبيعة التحويل الهندسي

الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

(أ) تحاكٍ مركزه O ونسبته $-i$

(ب) دوران مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

(ج) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد $-i$

14. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b = 2a$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A ؟

(أ) تحاكٍ مركزه O ونسبته 2

(ب) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد 2

(ج) دوران مركزه O وزاويته 2

15. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b - 1 = -(a - 1)$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة

B بالنقطة A ؟

(أ) تناظر مركزي مركزه النقطة التي يمثلها 1

(ب) تناظر مركزي مركزه O

(ج) انسحاب شعاعه ممثّل بالعدد -1

16. يرتبط العددان a و b بالعلاقة $b - i = e^{i\pi/3}(a - i)$. ما طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة

B بالنقطة A ؟

(أ) دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$

(ب) تحاكٍ مركزه النقطة التي يمثلها i ونسبته $e^{i\pi/3}$

(ج) دوران مركزه النقطة التي يمثلها i وزاويته $\frac{\pi}{3}$

سَلَم التصحيح

1. ب صحيح. الصيغة جمعُ عدد ثابت، و $z' - z = 3 - 2i$ لكل نقطة، أي $\overrightarrow{MM'}$ ثابت.
2. ج صحيح. $z' = z + b = (2 + 3i) + (-1 + i) = 1 + 4i$.
3. أ صحيح. هذه ترجمة $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$ حرفاً بحرف.
4. ج صحيح. $z - \omega = 1 - 2i$ ، وبالضرب في 3 نحصل على $3 - 6i$ ، وبجمع $1 + i$ نحصل على $4 - 5i$.
5. أ صحيح. المركز نقطة صامدة، فنحلّ $\omega = 3\omega - 2 - 2i$ ونجد $\omega = 1 + i$.
6. أ صحيح. طولية $e^{i\theta}$ هي 1 فلا يتغيّر البُعد، وزاويته θ فتُضاف إلى زاوية z .
7. ب صحيح. المركز يُطرح من الطرفين، ثم يُضرب الفرق بـ $e^{i\theta}$.
8. ب صحيح. $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ ، ومنه $z' = i(3 + i) = 3i - 1 = -1 + 3i$.
9. ج صحيح. $z' = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + i\sqrt{3}$.
10. ج صحيح. $z' - \omega = -(z - \omega)$ ، وبجمع ω يصير الحدّ الثابت 2ω ، أي أنّ Ω منتصف $[MM']$.
11. أ صحيح. الضرب بـ i دوران بزاوية $\frac{\pi}{2}$ مركزه A ، وطويلته 1 فتبقى الساقان متساويتين.
12. ب صحيح. الطويلة 1 تعطي $AC = AB$ ، والزاوية $\frac{\pi}{3}$ عند رأس مثلث متساوي الساقين تجعل الأضلاع الثلاثة متساوية.
13. ب صحيح. $-i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، وطويلته 1 ، فالتحويل دوران حول المبدأ بربع دورة في الجهة السالبة.
14. أ صحيح. $b - 0 = 2(a - 0)$ ، والنسبة 2 عدد حقيقي، والمركز هو المبدأ لأنّه لا حدّ ثابت.
15. أ صحيح. هذا تحاكٍ نسبته -1 ومركزه $\omega = 1$ ، لأنّ الطرح يقع على 1 في الطرفين.
16. ج صحيح. الشكل هو $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$ مع $\omega = i$ و $\theta = \frac{\pi}{3}$.