الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية تابع مركّب

التوابع: النهايات والاستمرار . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. نريد حساب نهاية $f(x)=\sqrt{x^2-x+1}$ عند $+\infty$. ما المتحوّل الجديد $X=h(x)$ الذي نضعه؟

أ) $X=\sqrt{x}$

ب) $X=x^2$

ج) $X=x^2-x+1$

2. عند حساب نهاية التابع المركّب $g\big(h(x)\big)$ عند a ، بماذا نبدأ؟

أ) نبحث أوّلاً عن نهاية g عند a

ب) نبحث أوّلاً عن $b=\lim_{x\to a}h(x)$

ج) نحسب $g(a)$ و $h(a)$ ثمّ نقارن

3. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x)=\sqrt{x^2-x+1}$$

أ) 1

ب) $+\infty$

ج) 0

4. التابع $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-1}}$ معرّف على $\left]\frac{1}{3},+\infty\right[$. ما نهايته عندما تسعى x إلى $\frac{1}{3}$ ؟

أ) 0

ب) 3

ج) $+\infty$

5. نضع $X=\frac{1}{x}$. إلى أين يسعى X حين تسعى x إلى $+\infty$ ؟

أ) إلى $+\infty$ أيضاً

ب) إلى 0 من اليسار

ج) إلى 0 من اليمين

6. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}$$

أ) 1

ب) 0

ج) $+\infty$

7. نحسب $\lim_{x \to 2} \sqrt{x^2+5}$ بوضع $X = x^2 + 5$. ما العدد الوسيط b الذي نسأل عنده التابع الخارجي؟

أ) $b = 9$

ب) $b = 2$

ج) $b = 3$

8. لماذا لا تكفي قواعد العمليّات على النهايات لحساب نهاية $x \sin \frac{1}{x}$ عند $+\infty$ ؟

أ) لأنّ الجيب غير معرّف عند الصفر

ب) لأنّ التابع غير معرّف عند 0

ج) لأنّ الجداء من الشكل $0 \times (+\infty)$ ، وهذه إحدى صِيَغ عدم التعيين

9. بتغيير المتحوّل $X = \frac{1}{x}$ ، إلى أيّ دراسة تنتقل دراسة النهاية عند الصفر من اليسار؟

أ) إلى دراسة النهاية عند $+\infty$

ب) إلى دراسة النهاية عند $-\infty$

ج) إلى دراسة النهاية عند الصفر من اليمين

10. التابع f اشتقاقي عند a . ما قيمة $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ ؟

أ) $f'(a)$

ب) 0

ج) $f(a)$

11. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x + 1}{x + 2}\right)$$

أ) -1

ب) 1

ج) لا وجود لها، لأنّ جيب التمام متأرجح

12. التابع $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-5}}$ معرّف على $]5,+\infty[$. ما نهايته عند 5 ؟

أ) 0

ب) $+\infty$

ج) 1

13. التابع $f(x)=\sqrt{\dfrac{-x+1}{x^2+1}}$ معرّف على $]-\infty,1[$. ما نهايته عند $-\infty$ ؟

أ) 1

ب) 0

ج) $+\infty$

14. التابع $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x^2}{1-x}}$ معرّف على $]-\infty,1[$. ما نهايته عند 1 ؟

أ) $+\infty$

ب) 0

ج) $\sqrt{2}$

15. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x)=\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

أ) 1

ب) 0

ج) لا وجود لها، لأنّ الجيب متأرجح

16. التابع $f(x)=\cos^2\left(\pi\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}\right)$ معرّف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$. ما نهايته عند $+\infty$ ؟

أ) 0

ب) -1

ج) 1

سلّم التصحيح

1. ج صحيح. نضع $X = x^2 - x + 1$ ، فيصير $f(x) = \sqrt{X}$ ، وهذا هو التفكيك الذي تحتاجه المبرهنة.

2. ب صحيح. الكتاب يكتب هذا الترتيب بلون مميّز: بدايةً b ، ثمّ نهاية g عند b .

3. ب صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ ، و $\lim_{X\to+\infty}\sqrt{X} = +\infty$.

4. ج صحيح. على هذا المجال يكون $X = 3x - 1$ موجباً ويسعى إلى 0 ، و $\lim_{X\to 0}\frac{1}{\sqrt{X}} = +\infty$.

5. ج صحيح. وهذه أولى الطرق الأربع في كسر تغيير المتحوّل: من $+\infty$ إلى الصفر من اليمين.

6. أ صحيح. بوضع $X = \frac{1}{x}$ يصير التابع $\frac{\sin X}{X}$ ، ونهايته عند الصفر هي 1 .

7. أ صحيح. $b = \lim_{x\to 2}(x^2+5) = 9$ ، ثمّ نسأل: كم X حين يسعى $\sqrt{X}$ إلى 9 ؟

8. ج صحيح. أحد العاملين يسعى إلى الصفر والآخر يكبر بلا حدّ، والجدول لا يعطي جواباً لهذه الصيغة. الحلّ تغيير المتحوّل.

9. ب صحيح. اليسار يعطي قيماً سالبة، ومقلوبها يمضي إلى $-\infty$. هذه إحدى الطرق الأربع في كسر الدرس.

10. أ صحيح. بوضع $h(x) = x - a$ يصير هذا نهاية تابع مركّب، ونهايته هي العدد المشتقّ نفسه.

11. أ صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى π لأنّ نسبة الحدّين الأكبرين هي $\frac{\pi x}{x}$ ، و $\cos\pi = -1$.

12. ب صحيح. المقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ على هذا المجال، و $\lim_{X\to+\infty}\sqrt{X} = +\infty$.

13. ب صحيح. المقدار الداخلي يتصرّف مثل $\frac{-1}{x}$ ويسعى إلى 0 بقيم موجبة، و $\lim_{X\to 0}\sqrt{X} = 0$.

14. أ صحيح. البسط يسعى إلى 2 والمقام إلى 0 بقيم موجبة، فالمقدار الداخلي يسعى إلى $+\infty$ ومعه الجذر.

15. ب صحيح. المقدار الداخلي $\frac{1}{\sqrt{x}}$ يسعى إلى 0 ، و $\lim_{X\to 0}\sin X = 0$.

16. ج صحيح. ثلاث حلقات متتالية: الكسر يسعى إلى 1 ، فالجذر إلى 1 ، فالزاوية إلى π ، و $(\cos\pi)^2 = 1$.

نهاية تابع مركّب . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 37 إلى 39 . basita123.com