الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية تابع عند اللّانهاية

التوابع: النهايات والاستمرار . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

أ) 1

ب) $+\infty$

ج) 0

2. ما معادلة المقارب الأفقي للخطّ البياني لهذا التابع في جوار $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{4x - 5}{2x + 3}$$

أ) $y = 2$

ب) $x = 2$

ج) $y = -\frac{5}{3}$

3. ما نهاية هذا التابع عند $-\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

أ) 0

ب) التابع غير معرّف في جوار $-\infty$

ج) $-\infty$

4. أيّ العبارات الآتية صحيحة عن تابع الجيب $\sin$ عند $+\infty$ ؟

أ) نهايته 0 ، لأنّه محصور بين -1 و 1

ب) ليست له نهاية

ج) نهايته 1 ، لأنّها أكبر قيمة يبلغها

5. للخطّ البياني لتابع f مقارب أفقي معادلته $y = 5$ عند $+\infty$. ماذا نستنتج؟

أ) $f(x)$ لا يساوي 5 أبداً

ب) $f(100) = 5$

ج) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 5$

6. وجدنا $f(x) - 2 = \frac{-11}{2x+3}$. أين يقع C_f بالنسبة إلى المستقيم $\Delta : y = 2$ على المجال $]-\frac{3}{2}, +\infty[$ ؟

أ) تحت Δ

ب) فوق Δ

ج) فوق Δ دائماً، فالخطّ لا يهبط تحت مقاربه

7. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{3x + 7}{x - 2}$$

أ) 3

ب) $-\frac{7}{2}$

ج) $+\infty$

8. التابع $f(x) = \frac{4x-5}{2x+3}$ نهايته عند $+\infty$ هي 2 . هل يجوز أن نقول إنّ نهايته عند $-\frac{3}{2}$ هي 2 أيضاً؟

أ) نعم، النسبة بين الحدّين الأكبرين هي نفسها

ب) نعم، لأنّ $y = 2$ مقارب للخطّ البياني

ج) لا، فالسلوك عند عدد حقيقي مسألة أخرى

9. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x}$$

أ) $\frac{1}{x}$

ب) 2

ج) 3

10. الخطّ البياني لتابع f يقترب من المستقيم $y = -4$ كلّما ذهبنا يساراً بعيداً على محور الفواصل. كيف نكتب ذلك؟

أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -4$

ب) $\lim_{x \to -4} f(x) = -\infty$

ج) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -4$

11. ما الشرط الذي يجعل للسؤال عن $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ معنى؟

أ) أن يكون f معرّفاً على الأعداد الحقيقية كلّها

ب) أن تحوي مجموعة التعريف مجالاً من الشكل $]a, +\infty[$

ج) أن يكون f معرّفاً عند $+\infty$

12. أيّ من هذه المستقيمات يصلح أن يكون مقارباً أفقياً؟

أ) $x = 3$

ب) $y = 2x + 1$

ج) $y = -1$

13. لتابعٍ مقارب أفقي Δ ، ووجدنا $f(x) - \ell = \frac{x-1}{x^2+1}$. هل يقطع C_f مقاربه؟

أ) لا، فالمقارب لا يُقطع أبداً

ب) لا، لأنّ المقام لا ينعدم

ج) نعم، عند $x = 1$

14. ما نهاية هذا التابع عند $+\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{-7}{x^3}$$

أ) -7

ب) 0

ج) $-\infty$

15. تابعٌ نهايته عند $+\infty$ هي 3 ، وقيمته $f(2) = 8$. هل في ذلك تناقض؟

أ) لا، فقيمة التابع عند نقطة لا علاقة لها بنهايته عند $+\infty$

ب) نعم، فقيم التابع يجب أن تبقى قرب 3

ج) نعم، فالمقارب $y = 3$ يمنع القيم من تجاوزه

16. ما نهاية هذا التابع عند $-\infty$ ؟

$$f(x) = \frac{1}{x^5}$$

أ) 0

ب) $-\infty$

ج) لا وجود لها، لأنّ الأس فردي

سلّم التصحيح

1. ج صحيح. هذه أولى النهايات المرجعيّة، ومحور الفواصل مقارب أفقي للخطّ البياني.

2. أ صحيح. النسبة بين الحدّين الأكبرين $\frac{4x}{2x}$ تساوي 2 ، والمقارب الأفقي معادلته $y = 2$.

3. ب صحيح. مجموعة التعريف هي $]0, +\infty[$ ، فلا تحوي أيّ مجال من الشكل $]-\infty, a[$ ، والسؤال بلا معنى.

4. ب صحيح. التابع يتأرجح دائماً بين -1 و 1 ولا يستقرّ قرب أيّ عدد، فلا نهاية منتهية له ولا لانهائية.

5. ج صحيح. وجود المقارب الأفقي $y = 5$ عند $+\infty$ هو بعينه القول إنّ النهاية هناك تساوي 5 .

6. أ صحيح. على هذا المجال $2x + 3 > 0$ ، والبسط -11 سالب، فالفرق سالب و C_f تحت المقارب.

7. أ صحيح. الحدّ الأكبر في البسط $3x$ وفي المقام x ، والنسبة بينهما 3 .

8. ج صحيح. العدد $-\frac{3}{2}$ يُعدم المقام، وهذه حالة يعالجها الدرس التالي، لا هذا الدرس.

9. ب صحيح. الكسر $\frac{1}{x}$ يتلاشى، فتتجمّع القيم حول 2 ، والمستقيم $y = 2$ مقارب أفقي.

10. أ صحيح. الذهاب يساراً هو $x \to -\infty$ ، والقيم تتجمّع حول -4 .

11. ب صحيح. هذا هو معنى أن يكون التابع معرّفاً في جوار اللّانهاية الموجبة.

12. ج صحيح. مستقيم أفقي، ومعادلته من الشكل $y = \ell$ مع $\ell = -1$.

13. ج صحيح. البسط ينعدم عند 1 ، فالفرق ينعدم هناك ويقطع الخطّ البياني مقاربه، ثمّ تتغيّر إشارة الفرق.

14. ب صحيح. $\frac{1}{x^3}$ نهايتها 0 من القائمة المرجعيّة، وضربها بثابت لا يغيّر ذلك.

15. أ صحيح. النهاية عند $+\infty$ تصف القيم بعيداً وحدها، وما يحدث عند 2 حرّ تماماً.

16. أ صحيح. القيم سالبة هنا، لكنّها تصغر بالقيمة المطلقة فتتجمّع حول 0 .

نهاية تابع عند اللّانهاية . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 21 إلى 24 . basita123.com