



الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: نهاية متتالية : تذكرة

نهاية متتالية . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. ما الذي يشترطه تعريف النهاية المنتهية بالضبط؟
 - (أ) أن يضم كل مجال مفتوح مركزه ℓ كل الحدود بدءاً من دليل
 - (ب) أن يوجد مجال مفتوح مركزه ℓ يضم كل الحدود بدءاً من دليل
 - (ج) أن تقترب الحدود من ℓ كلما كبر n
2. المتتالية $u_n = (-1)^n$. كل حدودها في المجال $[-1, 1]$. هل هي متقاربة؟
 - (أ) نعم، ونهايتها صفر لأنها تتناوب حول الصفر
 - (ب) نعم، لأن عدد قيمها منته
 - (ج) لا، وهذا يبين أن الحدية لا تكفي للتقارب
3. ما نهاية q^n عند $q = -1$ ؟
 - (أ) لا نهاية لها
 - (ب) الصفر
 - (ج) $-\infty$
4. وجدت أن $n_0 = 399$ يحقق المطلوب. هل $n_0 = 500$ جواب صحيح أيضاً؟
 - (أ) لا، الجواب وحيد لأنه ناتج حساب
 - (ب) نعم، وكذلك كل عدد أكبر
 - (ج) لا، لأنه أكبر من اللازم
5. لماذا يعيد الكتاب الحساب بـ α بعد أن حسبه بـ 0.01 ؟
 - (أ) لاختصار الحساب في المرات القادمة
 - (ب) لأن التعريف يشترط كل مجال، ومجال واحد لا يبرهن شيئاً
 - (ج) لأن 0.01 ليس دقيقاً بما يكفي
6. في الخطوة $n + 1 > 400 \iff \frac{4}{n+1} < \frac{1}{100}$ ، ما الذي يترقب قلب المتراجحة؟
 - (أ) أن 4 و 100 عددان موجبان
 - (ب) أن المتراجحة صارمة
 - (ج) أن $n + 1$ موجب تماماً
7. المتتالية $u_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{2^n}$. ما الخطوة الأولى؟
 - (أ) حساب الحدود الأولى وتخمين النمط
 - (ب) تطبيق مبرهنة الحصر
 - (ج) وضع المطروحات في قوسي واحد، مع الانتباه إلى انقلاب الإشارات

8. متتالية كل حدودها موجبة تماماً وهي متقاربة. ماذا نعرف عن نهايتها؟

- (أ) أنها موجبة تماماً
(ب) أنها تساوي الصفر
(ج) أنها موجبة، أي أكبر من الصفر أو تساويه

9. أي المتتاليات الآتية ليست من المتتاليات المرجعية التي يذكرها الكتاب؟

- (أ) $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$
(ب) $u_n = (-1)^n$
(ج) $u_n = n^2$

10. ما الفرق بين تعريف $\lim u_n = +\infty$ وتعريف $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؟

- (أ) تعريف المتتالية أضعف، لأن n لا يأخذ إلا قيماً صحيحة
(ب) العتبة تصير دليلاً، ولا شيء غير ذلك
(ج) لا علاقة بينهما، فالنهایتان مفهومان مختلفان

11. المتتاليتان (u_n) و (v_n) متقاربتان و $u_n < v_n$ عند كل n . ماذا نستنتج؟

- (أ) $\lim u_n \leq \lim v_n$
(ب) $\lim u_n < \lim v_n$
(ج) أن u_n و v_n لا يمكن أن تكون لهما النهاية نفسها

12. بعد اختصار المجموع وجدت $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. كل حدودها موجبة تماماً. هل تبلغ الصفر؟

- (أ) لا. النهاية قيمة تُقارب ولا تُبلّغ هنا
(ب) نعم، عند دليل كبير بما يكفي
(ج) لا، ولذلك نهايتها ليست الصفر

سَلَم التصحيح

1. أ نعم، وهذه الكلمة الحاسمة: «كلُّ مجال». وهي السبب في أنَّ الكتاب يعيد الحساب بتسامحٍ عامٍّ α بعد أن حسبه برقم.
2. ج نعم. مجالٌ واحدٌ يضُمَّها لا يعني شيئاً؛ خذ مجالاً ضيقاً حول 1 وسترى أنَّ نصف الحدود يقع خارجه، ونصّف لا نهائياً منها.
3. أ نعم. المبرهنة تضع $q \leq -1$ في حالةٍ رابعة مستقلّة، وتقول صراحةً إنّه ليس للمتتالية نهاية.
4. ب نعم. السؤال يطلب عتبة، لا قيمة. أيّ عددٍ أكبر يحقّق الشرط أيضاً، وهذا ما يقوله الكتاب حرفياً.
5. ب نعم. الحساب برقمٍ يعطي مثلاً، والحساب بحرفٍ يعطي برهاناً، ما دام الحساب لم يستعمل قيمة الرقم في أيّ خطوة.
6. ج نعم، وهذه بالضبط الخطوة التي يضع الكتاب عندها كلمة «علّل». لو كان المقام سالباً لانقلبت الجهة مرّةً أخرى.
7. ج نعم. أمام القوس إشارة ناقص، فتصير إشارات الداخل موجبة، ويظهر مجموع متتاليةٍ هندسيّةٍ أساسها $\frac{1}{2}$.
8. ج نعم، وهذا ما يبرهنه الكتاب بنقض الفرض. وهو أضعف ممّا يتوقّعه أكثر الطلاب، وهو الصحيح.
9. ب نعم. المتتاليات المرجعيّة كلّها لها نهاية، إمّا الصفر وإمّا $+\infty$. وهذه ليست لها نهايةٌ أصلاً، فهي المثال المضادّ لا المرجع.
10. ب نعم، وهذا ما يقوله الكتاب: التماثل بين التعريفين واضح، لأنّ المتتاليات حالاتٌ خاصّة من التوابع. $x > A$ تصير $n > n_0$.
11. أ نعم. في العبور إلى النهاية يصير $< \text{هو} \leq$ ، وهذه قاعدةٌ تُحفظ.
12. أ نعم. $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ موجبةٌ تماماً عند كلّ n ، والنهاية صفر. لا تناقض بين الأمرين، وهذا بالضبط مضمون السؤال الأوّل في «تكريساً للفهم».

نهاية متتالية : تذكرة . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 101 إلى 105 . basita123.com