الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: التابع اللّوغاريتمي النيبري

التابع اللّوغاريتمي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. بأيّ شرطين يُعرَّف التابع اللّوغاريتمي النيبري $\ln$ ؟

أ) مشتقّه $\dfrac{1}{x}$ على $\mathbb{R}_+^*$ ، وينعدم عند $x = 1$

ب) مشتقّه $\dfrac{1}{x}$ على $\mathbb{R}_+^*$ ، وينعدم عند $x = 0$

ج) مشتقّه x على $\mathbb{R}$ ، وينعدم عند $x = 1$

2. ما مجموعة تعريف التابع $\ln$ ؟

أ) $[0, +\infty[$

ب) $]0, +\infty[$

ج) $\mathbb{R}$

3. حلّ المتراجحة $\ln x > 0$.

أ) $x \in]0, +\infty[$

ب) $x \in]0, 1[$

ج) $x \in]1, +\infty[$

4. إذا كان a و b موجبين تماماً وكان $\ln a < \ln b$ ، فماذا نستنتج؟

أ) $a > b$

ب) $a < b$

ج) لا يمكن الاستنتاج إلّا بمعرفة قيمتَي a و b

5. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln(x^2)$ معرّفاً.

أ) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

ب) $]0, +\infty[$

ج) $\mathbb{R}$

6. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\dfrac{1}{\ln x}$ معرّفاً.

أ) $]0, +\infty[$

ب) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

ج) $]0, 1[\cup]1, +\infty[$

7. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln\left(\dfrac{x-3}{2-x}\right)$ معرّفاً.

أ) $]3, +\infty[$

ب) $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

ج) $]2, 3[$

8. عيّن قيم x التي تجعل المقدار $\ln(1-x)$ معرّفاً.

أ) $]-\infty, 1[$

ب) $]1, +\infty[$

ج) $]0, +\infty[$

9. حلّ المعادلة $\ln(x-2) = \ln\left(x^2-2\right)$.

أ) $\mathcal{S} = \{0,\ 1\}$

ب) $\mathcal{S} = \varnothing$

ج) $\mathcal{S} = \{1\}$

10. حلّ المعادلة $\ln(2x) = \ln\left(x^2-1\right)$.

أ) $\mathcal{S} = \left\{1-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}\right\}$

ب) $\mathcal{S} =]1, +\infty[$

ج) $\mathcal{S} = \left\{1+\sqrt{2}\right\}$

11. حلّ المتراجحة $\ln(x-2) \leq \ln(2x-1)$.

أ) $\mathcal{S} = [-1, +\infty[$

ب) $\mathcal{S} =]2, +\infty[$

ج) $\mathcal{S} = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$

12. في المتراجحة $\ln g(x) \leq \ln h(x)$ ، أيّ مجموعة تعريف تكفي وحدها لاختصار الحلّ؟

أ) مجموعة تعريف g ، أي التابع الأصغر

ب) مجموعة تعريف h ، أي التابع الأكبر

ج) لا تكفي واحدة منهما، بل يجب تقاطعهما دائماً

سلّم التصحيح

1. أ نعم، وهذان الشرطان معاً يحدّدان تابعاً واحداً لا غير.

2. ب نعم، الأعداد الموجبة تماماً وحدها.

3. ج نعم. الصفر هو $\ln 1$ ، والتابع متزايدٌ تماماً، فالمتراجحة تكافئ $x > 1$.

4. ب نعم. التابع متزايدٌ تماماً، فترتيب اللوغاريتمين هو ترتيب العددين، في الاتّجاهين.

5. أ نعم. الشرط هو $x^2 > 0$ ، ويتحقّق عند كلّ عددٍ حقيقيٍّ عدا الصفر.

6. ج نعم، شرطان لا شرط واحد: $x > 0$ ليوجد اللوغاريتم، و $\ln x \neq 0$ أي $x \neq 1$ ليوجد الكسر.

7. ج نعم. الكسر موجبٌ تماماً حين يكون البسط والمقام سالبين معاً، أي $x < 3$ و $x > 2$.

8. أ نعم. الشرط $1 - x > 0$ يكافئ $x < 1$.

9. ب نعم. مجموعة التعريف هي $]2, +\infty[$ ، والمعادلة الجبريّة $x^2 - x = 0$ تعطي 0 و 1 ، وكلاهما خارجها. لا حلّ.

10. ج نعم. مجموعة التعريف هي $]1, +\infty[$ ، والمعادلة $x^2 - 2x - 1 = 0$ تعطي $1 \pm \sqrt{2}$ ، والحلّ الثاني سالب فيُرفض.

11. ب نعم. التابع الأصغر هو $x - 2$ فمجموعته $]2, +\infty[$ ، والمتراجحة الجبريّة $x - 2 \leq 2x - 1$ تكافئ $x \geq -1$ ، وهي محقّقة على المجال كلّه.

12. أ نعم. إذا كان $g(x) > 0$ وكان $g(x) \leq h(x)$ فإنّ $h(x) > 0$ بالضرورة، فشرط h يتحقّق مجّاناً.

التابع اللّوغاريتمي النيبري . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 135 إلى 138 . basita123.com