الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: لوغاريتم جداء ضرب

التابع اللّوغاريتمي . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. أيّاً يكن $a > 0$ و $b > 0$، ما قيمة $\ln(ab)$ ؟

أ) $\ln a \times \ln b$

ب) $\ln(a + b)$

ج) $\ln a + \ln b$

2. أيّاً يكن $a > 0$ و $b > 0$، ما قيمة $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)$ ؟

أ) $\ln a - \ln b$

ب) $\dfrac{\ln a}{\ln b}$

ج) $\ln b - \ln a$

3. أيّاً يكن $a > 0$ و $n \in \mathbb{N}^*$، ما قيمة $\ln(a^n)$ ؟

أ) $(\ln a)^n$

ب) $n \ln a$

ج) $\ln a + n$

4. أيّاً يكن $a > 0$، ما قيمة $\ln \sqrt{a}$ ؟

أ) $\dfrac{1}{2} \ln a$

ب) $\sqrt{\ln a}$

ج) $2 \ln a$

5. هل تصحّ المساواة $\ln(x^2) = 2 \ln x$ عند كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ؟

أ) نعم، لأنّ x^2 موجبٌ دائماً

ب) لا، والصيغة الصحيحة هي $\ln(x^2) = (\ln x)^2$

ج) لا، والصيغة الصحيحة هي $2 \ln |x|$

6. احسب $\ln(x^2)$ عند $x = -4$.

أ) $2 \ln(-4)$

ب) $2 \ln 4$

ج) غير معرّف

7. بسّط كتابة العدد $a = \ln 3 + \ln \dfrac{1}{3}$.

أ) $a = 2\ln 3$

ب) $a = 0$

ج) $a = \ln 3 - 3$

8. اكتب $\ln 50$ بدلالة $\ln 2$ و $\ln 5$.

أ) $\ln 2 \times \ln 25$

ب) $2\ln 5 + 2\ln 2$

ج) $\ln 2 + 2\ln 5$

9. قارن بين $x = 2\ln 3$ و $y = 3\ln 2$ دون استعمال آلةٍ حاسبة.

أ) $x > y$

ب) $x < y$

ج) $x = y$

10. التابعان $f : x \mapsto \ln\left(x^2 - 1\right)$ و $g : x \mapsto \ln(x+1) + \ln(x-1)$. هل هما متساويان؟

أ) نعم، لأنّ $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

ب) لا، لأنّ $D_f = \mathbb{R} \setminus [-1, 1]$ و $D_g =]1, +\infty[$

ج) لا، لأنّ $f(x) \neq g(x)$ عند $x = 2$

11. حلّ المعادلة $\ln(x+11) = \ln(x+3) + \ln(x+2)$.

أ) $\mathcal{S} = \{1\}$

ب) $\mathcal{S} = \{-5,\ 1\}$

ج) $\mathcal{S} = \varnothing$

12. جد قيم العدد الطبيعيّ n التي تحقّق $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n \leq 10^{-2}$.

أ) $n \leq 4$

ب) $n \geq 4$

ج) $n \geq 5$

سلّم التصحيح

1. ج نعم، وهذه هي الخاصّة الأساسيّة للتابع اللّوغاريتمي: الجداء في الداخل يصير مجموعاً في الخارج.

2. أ نعم. تخرج من الخاصّة الأساسيّة لأنّ $a = \frac{a}{b} \cdot b$ ، فالقسمة تنزل درجةً وتصير طرحاً.

3. ب نعم. الأُسّ ينزل معاملاً أمام اللوغاريتم، وهذا يتبع من لوغاريتم جداء n عاملاً متساوية.

4. أ نعم. الجذر التربيعي قوّةٌ نصفيّة، فينزل معاملاً $\frac{1}{2}$. ويثبته الكتاب من $\ln b^2 = 2\ln b$ بوضع $b = \sqrt{a}$.

5. ج نعم، هذا هو الجواب. الطرف الأيسر معرّف عند كلّ $x \neq 0$ ، والأيمن يشترط $x > 0$. والصيغة الجامعة $2\ln|x|$ تصلح للحالتين.

6. ب نعم، لأنّ $|-4| = 4$. والتحقّق مباشر: $(-4)^2 = 16$ و $\ln 16 = 2\ln 4$.

7. ب نعم، بطريقتين: إمّا $\ln\frac{1}{3} = -\ln 3$ ، وإمّا مباشرةً $\ln\left(3 \times \frac{1}{3}\right) = \ln 1 = 0$.

8. ج نعم، لأنّ $50 = 2 \times 5^2$ ، فيصير الجداء مجموعاً والأُسّ معاملاً.

9. أ نعم. $2\ln 3 = \ln 9$ و $3\ln 2 = \ln 8$ ، وبما أنّ $9 > 8$ والتابع متزايدٌ تماماً فإنّ $x > y$.

10. ب نعم، هذا هو الجواب. الصيغتان تتّفقان على $D_f \cap D_g =]1, +\infty[$ ، لكنّ f معرّف أيضاً على $]-\infty, -1[$ حيث العاملان سالبان معاً.

11. أ نعم. مجموعة التعريف $]-2, +\infty[$ ، والمعادلة تصير $x + 11 = x^2 + 5x + 6$ أي $x^2 + 4x - 5 = 0$ بجذرين -5 و 1 ، والأوّل خارج المجال.

12. ج نعم. بأخذ اللوغاريتم: $-n\ln 3 \leq -2\ln 10$ ، وبالقسمة على $-\ln 3$ ينقلب الاتّجاه فيصير $n \geq \frac{2\ln 10}{\ln 3} \approx 4.19$ ، وأصغر عددٍ طبيعيّ فوقها هو 5 .

لوغاريتم جداء ضرب . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 139 إلى 142 . basita123.com