

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: تطبيقات الاشتقاق

التوابع: الاشتقاق . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. التابع f اشتقاقياً على مجال I و $f'(x) > 0$ على I . ماذا نستنتج؟(أ) f متزايداً تماماً على I (ب) f متناقص تماماً على I (ج) f ثابت على I **2.** لماذا لا تسري المبرهنة 2 على التابع المعرف بـ $f(x) = -1$ لـ $x < 0$ و $f(x) = 1$ لـ $x > 0$ رغم أن مشتقه معدوم؟(أ) لأن $\mathbb{R}^*$ ليس مجالاً بل اجتماع مجالين

(ب) لأن التابع غير مستمر

(ج) لأن المشتق غير معرف عند الصفر

3. متى تكون $f(c)$ قيمة كبرى محلياً؟(أ) إذا كانت $f(c)$ أكبر قيمة يبلغها التابع على مجموعة تعريفه(ب) إذا وُجد مجال مفتوح J يضم c بحيث $f(x) \leq f(c)$ لكل x من $J \cap I$ (ج) إذا كان $f'(c) = 0$ **4.** التابع $f(x) = x^3$ يحقق $f'(0) = 0$. لماذا ليست $f(0)$ قيمة حدية؟(أ) لأن f غير اشتقاقياً عند الصفر

(ب) لأن الصفر ليس في مجموعة التعريف

(ج) لأن f' لا يغير إشارته عند الصفر**5.** التابع g اشتقاقياً على مجال مفتوح، و $g(4)$ قيمة صغرى محلياً. ماذا يلزم عن $g'(4)$ ؟(أ) $g'(4) < 0$ (ب) $g'(4) = 0$

(ج) لا شيء، فقد لا يكون المشتق معرّفاً

6. ما الشرط العملي الذي يُثبت أن $f(a)$ و $f(b)$ من إشارتين مختلفتين؟(أ) $f(a) + f(b) = 0$ (ب) $f(a) \times f(b) < 0$ (ج) $f(a) < f(b)$

- 7.** تابع مستمر ومتزايد تماماً على $[0, 3]$ مع $f(0) = -1$ و $f(3) = 4$. كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$ ؟
- (أ) حلّ وحيد
(ب) لا حلّ
(ج) حلان

- 8.** في جدول التغيرات، ماذا يجب أن يوافق السهم؟

- (أ) قيمة التابع عند الطرف
(ب) طول المجال الجزئي
(ج) إشارة المشتق على المجال الجزئي

- 9.** ما مجموعة تعريف التابع $\tan$ ؟

- (أ) $\mathbb{R}$
(ب) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$
(ج) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$

- 10.** المستقيم $x = \frac{\pi}{2}$ بالنسبة إلى الخط البياني للتابع $\tan$ هو:

- (أ) مقارب شاقولي
(ب) مماس شاقولي
(ج) مقارب أفقي

- 11.** لماذا لا نقول إن $\tan$ متزايد تماماً على مجموعة تعريفه؟

- (أ) لأنه متناقض على بعض المجالات
(ب) لأن مجموعة تعريفه اجتماع مجالات لا مجال واحد
(ج) لأنه دوري

- 12.** التابع $f(x) = x^3 - 3x + 5$. أين تنعدم قيم مشتقه؟

- (أ) عند 0 و 3
(ب) عند $-\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$
(ج) عند -1 و 1

سَلَمُ التصحيح

1. أ نعم، هذا البند الأول من المبرهنة 2.
2. أ نعم. شرط « I مجال » جوهري، والمبرهنة لا تسري على اجتماع مجالات.
3. ب نعم، هذا نص التعريف 3 حرفياً.
4. ج نعم. $f'(x) = 3x^2$ موجب على الجانبين، فلا قمة ولا قاع رغم المماس الأفقي.
5. ب نعم، هذا البند الأول من المبرهنة 3، وهو اتجاه لازم دائماً في مجال مفتوح.
6. ب نعم، وهذه هي الصيغة التي يكتبها المصحح في السلم.
7. أ نعم. العدد 2 بين $f(0)$ و $f(3)$ ، والاطراد التام يعطي الوحدانية.
8. ج نعم، وهذه قاعدة أمثانية صريحة: «توافق الإشارة مع الأسهم»، وخرقها يكلف ثلاث درجات.
9. ج نعم، لأن $\cos x$ ينعدم عند هذه القيم وحدها.
10. أ نعم، لأن النهاية عند الاقتراب من $\frac{\pi}{2}$ بقيم أصغر هي $+\infty$.
11. ب نعم، والاطراد يُقال على كل مجالٍ منها على حدة. الفرع التالي يبدأ من $-\infty$ من جديد.
12. ج نعم. $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$ ، فينعدم عند ± 1 .

تطبيقات الاشتقاق . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 73 إلى 77 . basita123.com