الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: اشتقاق تابع مركّب

التوابع: الاشتقاق . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما مشتقّ التركيب $g \circ u$ ؟

أ) $g'(u(x)) \times u'(x)$

ب) $g'(u(x))$

ج) $g'(x) \times u'(x)$

2. ما مشتقّ $f(x) = (2x^3 - 1)^5$ ؟

أ) $30x^2(2x^3 - 1)^4$

ب) $5(2x^3 - 1)^4$

ج) $5(6x^2)^4$

3. التابع u اشتقاقيٌّ وموجبٌ تماماً على I . ما مشتقّ $\sqrt{u(x)}$ ؟

أ) $\dfrac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$

ب) $\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

ج) $\dfrac{1}{2\sqrt{u(x)}}$

4. لماذا يكون $\sqrt{x^2 + 2x + 3}$ معرّفاً واشتقاقيّاً على $\mathbb{R}$ كلّها؟

أ) لأنّ كلّ جذرٍ معرّف على $\mathbb{R}$

ب) لأنّ x^2 موجب دائماً

ج) لأنّ مميّز $x^2 + 2x + 3$ سالب، فالمقدار موجبٌ تماماً

5. ما مشتقّ $f(x) = (u(x))^{-3}$ حيث لا ينعدم u ؟

أ) $-3(u(x))^{-4}$

ب) $-3(u(x))^{-4} \times u'(x)$

ج) $-3(u(x))^{-2} \times u'(x)$

6. التابع $f(x) = \sqrt{u(x)}$ و $u(x_0) = 0$. هل f اشتقاقيٌّ عند x_0 ؟

أ) لا، أبداً

ب) قد يكون وقد لا يكون، والحسم بحساب النهاية

ج) نعم، دائماً

7. لماذا يكون $\sqrt{(x-1)^4}$ اشتقاقيّاً عند 1 ؟

أ) لأنّ الجذر والقوّة يختصران فيبقى $(x-1)^2$

ب) لأنّ ما تحت الجذر موجبٌ تماماً

ج) لأنّ النتيجة 6 تنطبق عليه

8. ما مشتقّ $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$ ؟

أ) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

ب) $2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

ج) $\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

9. في المبرهنة 5، ما الشرط الذي يربط u بـ J ؟

أ) أن يكون u اشتقاقيّاً على J

ب) أن يكون J محتوى في I

ج) أن تنتمي $u(x)$ إلى J أيّاً كانت x من I

10. التابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. ما $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ ؟

أ) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ج) $-\frac{1}{2}$

11. لماذا يكون المماس لربع الدائرة عند A عموديّاً على (OA) ؟

أ) لأنّ الميلين متساويان

ب) لأنّ جداء ميلَيهما يساوي -1

ج) لأنّ A على الدائرة

12. في أيّ نقطةٍ من $[0,1]$ لا يكون $\sqrt{1-x^2}$ اشتقاقيّاً؟

أ) عند 0

ب) عند $\frac{1}{2}$

ج) عند 1

سلّم التصحيح

1. أ نعم: اشتقّ الخارجيّ واترك الداخليّ في مكانه، ثمّ اضرب بمشتق الداخليّ.

2. أ نعم: $5\left(2x^3-1\right)^4\times 6x^2$.

3. ب نعم، وهي حالةٌ خاصّة من المبرهنة 5 مع $g(x)=\sqrt{x}$.

4. ج نعم، $\Delta=-8$ ، فثلاثيّ الحدود لا ينعدم ولا يصير سالباً.

5. ب نعم، بالنتيجة 7 مع $n=-3$.

6. ب نعم، والكتاب يضع المثالين متجاورين: $\sqrt{x-1}$ ليس اشتقاقياً عند 1 ، و $\sqrt{(x-1)^4}$ اشتقاقيٌّ عندها.

7. أ نعم، وهو كثير حدود اشتقاقيٌّ على $\mathbb{R}$ كلّها.

8. ج نعم، وهي الحالة الخطّيّة $g(ax+b)$ بمشتقٍّ $a\,g'(ax+b)$.

9. ج نعم، وإلّا فلا معنى للتركيب أصلاً، لأنّ g لا يقبل مدخلاً خارج J .

10. أ نعم: $f'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ ، وعند $\dfrac{1}{2}$ يصير المقام $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

11. ب نعم: $\sqrt{3}\times\dfrac{-1}{\sqrt{3}}=-1$ ، وهو معيار التعامد.

12. ج نعم، هناك ينعدم ما تحت الجذر، والمماس شاقوليّ.

اشتقاق تابع مركّب . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 78 إلى 82 . basita123.com