الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: العدد المشتق والتابع المشتق

التوابع: الاشتقاق . 12 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما تعريف العدد المشتق للتابع f عند النقطة a ؟

أ) نهاية الكسر $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ عندما تسعى h إلى الصفر

ب) قيمة التابع f عند a

ج) ميل المستقيم الواصل بين $(a, f(a))$ و $(a+1, f(a+1))$

2. التابع f معرّف وفق $f(x)=x^2$. ما $f'(3)$ ؟

أ) 9

ب) 3

ج) 6

3. متى نقول إنّ التابع f اشتقاقيٌّ على المجال I ؟

أ) إذا كان معرّفاً عند كلّ نقطة من I

ب) إذا كان اشتقاقياً عند كلّ نقطة من I

ج) إذا كان اشتقاقياً عند نقطةٍ واحدة على الأقلّ من I

4. تابعٌ اشتقاقيٌّ يحقّق $f(1)=4$ و $f'(1)=3$. ما معادلة المماس عند $a=1$ ؟

أ) $y=4(x-1)+3$

ب) $y=3(x-1)+4$

ج) $y=3x+4$

5. التابع f اشتقاقيٌّ عند a و $f'(a)=0$. ماذا يعني ذلك عن المماس عند a ؟

أ) لا يوجد مماس عند a

ب) المماس شاقولي

ج) المماس أفقي ومعادلته $y=f(a)$

6. استعمل التقريب التآلفي المحلي عند $a=0$ للتابع $x \mapsto \sin x$. ما القيمة التقريبيّة لـ $\sin(0.02)$ ؟

أ) 0.02

ب) 1.02

ج) 0

7. أيّ الكتابتين الآتيتين تعبّر عن التقريب التآلفي المحلي على صورة مساواةٍ تامّة؟

أ) $f(a+h) = f(a) + h\,f'(a)$

ب) $f(a+h) = f(a) + \varepsilon(h)$

ج) $f(a+h) = f(a) + h\,f'(a) + h\,\varepsilon(h)$ مع $\lim_{h\to 0}\varepsilon(h) = 0$

8. التابع f معرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \dfrac{1}{x}$ حيث $x \neq 0$. ما مجموعة تعريف f' ؟

أ) $\mathbb{R}$

ب) $]0, +\infty[$

ج) $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

9. ما العلاقة بين الصيغتين $\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ و $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ؟

أ) متكافئتان، والانتقال بينهما بالتعويض $x = a + h$

ب) الأولى تعطي الميل والثانية تعطي القيمة

ج) الأولى للتوابع الكسريّة والثانية لغيرها

10. التابع g اشتقاقيٌّ عند 2 و $g'(2) < 0$. ما الذي يصحّ عن المماس عند 2 ؟

أ) المماس صاعد

ب) المماس هابط

ج) المماس يوازي محور التراتيب

11. المماس للقطع $y = x^2$ عند النقطة التي فاصلتها 1 يوازي المستقيم المارّ بنقطتي القطع اللتين فاصلتاهما u و v . ما العلاقة بين u و v ؟

أ) $u + v = 2$

ب) $u \times v = 1$

ج) $u = v = 1$

12. لماذا يوصف التقريب $f(a+h) \approx f(a) + h\,f'(a)$ بأنّه محلي؟

أ) لأنّه يصلح للتوابع المعرّفة على مجالٍ واحد فقط

ب) لأنّه يصلح في جوار a وحدها ويسوء كلّما ابتعدنا

ج) لأنّه يعطي قيمة تقريبيّة لا قيمة مضبوطة

سلّم التصحيح

1. أ نعم، وهذه إحدى صيغتي التعريف. الصيغة الأخرى تعوّض $x = a + h$ فتصير نهاية $\dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ عندما تسعى x إلى a .

2. ج نعم، لأنّ $f'(x) = 2x$ فيكون $f'(3) = 6$.

3. ب نعم، عند كلّ نقطة بلا استثناء. نقطةٌ واحدة تفلت تكفي لإسقاط العبارة عن المجال كلّه.

4. ب نعم. تحقّق بوضع $x = 1$ فتجد $y = 4$ ، فالمستقيم يمرّ بالنقطة وميله 3 .

5. ج نعم. عوّض $f'(a) = 0$ في $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ فيبقى $y = f(a)$.

6. أ نعم. $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$ ، فيكون $\sin(h) \approx h$.

7. ج نعم، وهذه الكتابة تصلح في الاتّجاهين: إن أمكنت بعددٍ حقيقيٍّ ℓ مكان $f'(a)$ ، كان ℓ هو العدد المشتق عند a .

8. ج نعم، اجتماع مجالين. وهذا مثال الكتاب نفسه على أنّ مجموعة تعريف f' ليست بالضرورة مجالاً واحداً، مع $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.

9. أ نعم. عندئذٍ يصير $x - a$ هو h ، ويصير سعي x إلى a هو سعي h إلى الصفر.

10. ب نعم. إشارة $g'(2)$ هي إشارة ميل المماس، وهذه القراءة هي الجسر إلى درس تطبيقات الاشتقاق.

11. أ نعم. ميل القاطع هو $u + v$ وميل المماس عند 1 هو 2 ، والتوازي يعني تساوي الميلين.

12. ب نعم. عند $h = 1.5$ يعطي $\sin(h) \approx h$ قيمة 1.5 ، والقيمة الحقيقيّة أصغر من الواحد.

العدد المشتق والتابع المشتق . المصدر: الرياضيات، الجزء الأول، الصفحات 67 إلى 69 . basita123.com