

الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الشكل الأسّي لعدد عقدي

الأعداد العقدية . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

1. ما قيمة هذا العدد؟

$$e^{i\pi}$$

(أ) 1

(ب) i (ج) -1

2. ما قيمة هذا العدد؟

$$e^{i\frac{\pi}{2}}$$

(أ) i (ب) -1 (ج) $\frac{\pi}{2}$

3. ما طويلة هذا العدد، أيًا كانت θ الحقيقية؟

$$z = 5e^{i\theta}$$

(أ) 5

(ب) 5θ

(ج) 1

4. اكتب هذا العدد بالشكل الجبري:

$$z = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$$

(أ) $2 + 2i\sqrt{3}$ (ب) $4 + 4i$ (ج) $2\sqrt{3} + 2i$

5. اكتب هذا العدد بالشكل الجبري:

$$z_2 = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

(أ) $\frac{3}{2}$

(ب) $\frac{3}{2}i$

(ج) $-\frac{3}{2}i$

6. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = \sqrt{3} + i$$

(أ) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$

(ب) $4e^{i\frac{\pi}{6}}$

(ج) $2e^{i\frac{\pi}{6}}$

7. احسب هذا الجداء بالشكل الأسّي:

$$3e^{i\frac{\pi}{4}} \times 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

(أ) $6e^{i\frac{\pi}{24}}$

(ب) $5e^{i\frac{5\pi}{12}}$

(ج) $6e^{i\frac{5\pi}{12}}$

8. إذا كان $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_2 = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، فما $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكل الأسّي؟

(أ) $\frac{4}{3}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

(ب) $\frac{4}{3}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

(ج) $3e^{-i\frac{\pi}{4}}$

9. ما مرافق هذا العدد، حيث r موجب تماماً؟

$$z = re^{i\theta}$$

(أ) $-re^{i\theta}$

(ب) $re^{-i\theta}$

(ج) $\frac{1}{r}e^{i\theta}$

10. لماذا لا يوجد شكل أسّي للعدد 0 ؟

(أ) لأنّ طويلته غير معرّفة

(ب) لأنّ زاويته غير معرّفة

(ج) لأنّ الصفر ليس عدداً عقدياً

11. ما قيمة هذه القوّة بالشكل الأسّي؟

$$(e^{i\frac{\pi}{6}})^3$$

(أ) $e^{i\frac{\pi}{18}}$

(ب) $e^{i\frac{\pi}{2}}$

(ج) $3e^{i\frac{\pi}{6}}$

12. أيّ من هذه العلاقات هي علاقة أويلر الصحيحة؟

(أ) $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$

(ب) $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$

(ج) $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$

13. متى يكون العددان متساويين، حيث r و r' موجبان تماماً؟

$$re^{i\theta} = r'e^{i\theta'}$$

(أ) $r = r' , \theta = \theta' (2\pi)$

(ب) $r = r' , \theta = \theta'$

(ج) $\theta = \theta' (2\pi)$

14. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = -2e^{i\frac{\pi}{5}}$$

(أ) $2e^{i(\frac{\pi}{5} + \pi)}$

(ب) $-2e^{i\frac{\pi}{5}}$

(ج) $2e^{-i\frac{\pi}{5}}$

15. أين تقع صور الأعداد $e^{i\theta}$ عندما تمسح θ المجموعة $\mathbb{R}$ ؟

(أ) على محور الفواصل

(ب) في المستوي كلّّه

(ج) على الدائرة التي مركزها المبدأ ونصف قطرها واحد

16. اكتب هذا العدد بالشكل الأسّي:

$$z = -1 - i$$

(أ) $\sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$

(ب) $\sqrt{2} e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

(ج) $2e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

سَلَم التصحيح

1. ج صحيح. $\cos \pi = -1$ و $\sin \pi = 0$ ، فنصف الدورة تضع النقطة على الجزء السالب من محور الفواصل.
2. أ صحيح. $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ و $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ، فالعدد تخيلي بحت طويلته 1 .
3. أ صحيح. $|5e^{i\theta}| = 5 \times 1 = 5$ ، لأنّ الرمز الأسّي طويلته 1 دائماً.
4. أ صحيح. $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ و $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، والضرب بـ 4 يعطي 2 و $2\sqrt{3}$.
5. ب صحيح. $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ ، والمعامل $\frac{3}{2}$ يضربه.
6. ج صحيح. الطويلة 2 ، والشرطان $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin \theta = \frac{1}{2}$ يعطيان $\frac{\pi}{6}$.
7. ج صحيح. $3 \times 2 = 6$ للمعامل، و $\frac{5\pi}{12} = \frac{2\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ للزاوية.
8. أ صحيح. قسمة 2 على $\frac{3}{2}$ تعطي $\frac{4}{3}$ ، وطرح الزاويتين يعطي $-\frac{\pi}{4}$.
9. ب صحيح. $\overline{re^{i\theta}} = re^{-i\theta}$ ، لأنّ المرافق انعكاس حول محور الفواصل.
10. ب صحيح. الأش يحمل الزاوية، والمبدأ لا يحدّد اتّجهاً، فلا زاوية له.
11. ب صحيح. $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ ، فالزاوية تصبح $\frac{\pi}{2}$.
12. ج صحيح. المجموع يحذف الجزأين التخيليين ويترك $2 \cos \theta$.
13. أ صحيح. الطويلتان متساويتان بالضبط، والزاويتان متساويتان بمقياس 2π .
14. أ صحيح. الإشارة السالبة تنتقل إلى الزاوية بإضافة π ، فتصير الطويلة 2 .
15. ج صحيح. هذه هي $\mathbb{U}$ ، مجموعة الأعداد العقدية التي طويلتها 1 .
16. ب صحيح. الطويلة $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ، والجزآن سالبان فالنقطة في الربع الثالث وزاويتها $-\frac{3\pi}{4}$.

الشكل الأسّي لعدد عقدي . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 101 إلى 103 . basita123.com