الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: الشكل المثلّثي لعدد عقدي

الأعداد العقديّة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. ما طويلة هذا العدد؟

$$z = \sqrt{3} + i$$

أ) 4
ب) $\sqrt{3} + 1$
ج) 2

2. ما زاوية هذا العدد؟

$$z = \sqrt{3} + i$$

أ) $\frac{\pi}{6}$
ب) $-\frac{\pi}{6}$
ج) $\frac{\pi}{3}$

3. اكتب هذا العدد بالشكل المثلّثي:

$$z = 1 - i$$

أ) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
ب) $\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$
ج) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

4. ماذا تعني هذه الكتابة؟

$$\theta = \varphi\ (2\pi)$$

أ) $\theta = \varphi$
ب) $\theta = 2\pi\varphi$
ج) $\theta = \varphi + 2\pi k\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

5. ما طويلة هذا العدد؟

$$z = -2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$$

أ) $\frac{\pi}{7}$
ب) 2
ج) -2

6. إذا كانت $\arg z = \frac{2\pi}{5}$ ، فما زاوية مرافقه؟

أ) $-\frac{2\pi}{5}$
ب) $\frac{2\pi}{5} + \pi$
ج) $\frac{2\pi}{5}$

7. إذا كانت $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ، فما زاوية معاكسه؟

أ) $-\frac{\pi}{4}$
ب) $\frac{\pi}{4} + \pi$
ج) $\frac{\pi}{4} + 2\pi$

8. عدد عقدي غير معدوم زاويته π . أيّ وصف يصدق عليه؟

أ) تخيّلي بحت
ب) حقيقي سالب
ج) حقيقي موجب

9. أيّ شرط يكفي وحده ليكون z غير المعدوم حقيقياً؟

أ) $\arg z = 0\ (2\pi)$
ب) $|z| = 1$
ج) $\arg z = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$

10. عدد طويلته 3 وزاويته $-\frac{\pi}{4}$. ما شكله الجبري؟

أ) $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\,i$
ب) $3 - 3i$
ج) $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\,i$

11. ما الجزء الحقيقي لعدد طويلته r وزاويته θ ؟

أ) $r\cos\theta$
ب) $\frac{\cos\theta}{r}$
ج) $r\sin\theta$

12. لماذا لا يُعرَّف $\arg 0$ ؟

أ) لأنّ طويلته صفر وهذا ممنوع
ب) لأنّ الصفر ليس عدداً عقدياً
ج) لأنّ المبدأ لا يحدّد اتّجاهاً

13. اكتب هذا العدد بالشكل المثلّثي:

$$z = -\sqrt{3} + i$$

أ) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
ب) $-2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
ج) $2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

14. ما طويلة هذا العدد وما زاويته؟

$$z = -2i$$

أ) $r = 2\ ,\ \theta = -\frac{\pi}{2}$
ب) $r = -2\ ,\ \theta = \frac{\pi}{2}$
ج) $r = 2\ ,\ \theta = \frac{\pi}{2}$

15. إذا كان العددان مكتوبين بشكلهما المثلّثي ومتساويين، فماذا نستنتج؟

$$r(\cos\theta + i\sin\theta) = r'(\cos\theta' + i\sin\theta')$$

أ) $r = r'\ ,\ \theta = \theta'$
ب) $r = r'\ ,\ \theta = \theta'\ (2\pi)$
ج) $r = r'$

16. أيّ العبارات الآتية صحيحة دائماً لعدد عقدي غير معدوم؟

أ) $\arg\bar{z} = -\arg z\ (2\pi)$
ب) $|\bar{z}| = -|z|$
ج) $\arg(-z) = -\arg z\ (2\pi)$

سلّم التصحيح

1. ج صحيح. $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$.

2. أ صحيح. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\theta = \frac{1}{2}$ ، وكلاهما موجب، فالزاوية في الربع الأوّل.

3. ب صحيح. $r = \sqrt{2}$ ، والشرطان يعطيان $\theta = -\frac{\pi}{4}$.

4. ج صحيح. الزاوية صنف كامل من القيم، والقوس جزء من العبارة.

5. ب صحيح. الطويلة مسافة فهي موجبة. الإشارة تنتقل إلى الزاوية بإضافة π .

6. أ صحيح. $\arg \bar{z} = -\arg z$ ، لأنّ المرافق انعكاس حول محور الفواصل.

7. ب صحيح. $\arg(-z) = \pi + \arg z$. المعاكس يقع في الجهة المقابلة تماماً.

8. ب صحيح. الزاوية π تضع النقطة على الجزء السالب من محور الفواصل.

9. أ صحيح، وهذا يعطي الحقيقي الموجب. الحقيقي السالب زاويته π .

10. ج صحيح. $a = 3\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ و $b = 3\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

11. أ صحيح. الضلع الأفقي في المثلّث القائم.

12. ج صحيح. الزاوية تُقاس بين شعاعين، والنقطة المنطبقة على المبدأ لا تعطي شعاعاً.

13. ج صحيح. $r = 2$ ، والكوسينوس سالب مع جيب موجب، أي الربع الثاني.

14. أ صحيح. العدد تخيّلي بحت وجزؤه التخيلي سالب، فهو على الجزء السالب من محور التراتيب.

15. ب صحيح. الطويلة واحدة، والزاويتان متساويتان بمقياس 2π .

16. أ صحيح. المرافق انعكاس حول محور الفواصل.

الشكل المثلّثي لعدد عقدي . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 95 إلى 97 . basita123.com