الرياضيات، البكالوريا، الفرع العلمي

ورقة تمارين: المعادلة من الدرجة الثانية ذات الأمثال الحقيقيّة

الأعداد العقديّة . 16 أسئلة . اختر إجابة واحدة لكل سؤال

---

1. احسب مميّز هذه المعادلة.

$$z^2 + 6z + 34 = 0$$

أ) 172
ب) -100
ج) 100

2. معادلة من الدرجة الثانية بأمثال حقيقية مميّزها $\Delta < 0$. ماذا نستنتج عن حلولها في $\mathbb{C}$ ؟

أ) لها حلّان عقديان مترافقان
ب) لا حلّ لها
ج) لها حلّ وحيد مضاعف

3. حلّ هذه المعادلة في $\mathbb{C}$.

$$z^2 - 2(1+\sqrt{2})z + 2(\sqrt{2}+2) = 0$$

أ) $1 + \sqrt{2} \pm i$
ب) $-1 - \sqrt{2} \pm i$
ج) $1 + \sqrt{2} \pm 2i$

4. معادلة من الدرجة الثانية بأمثال حقيقية مميّزها معدوم. ما حلّها؟

أ) $z = -\frac{b}{2a}$
ب) $z = \frac{b}{2a}$
ج) لا حلّ لها

5. حلّ هذه المعادلة في $\mathbb{C}$.

$$z^2 + z + 1 = 0$$

أ) $-1 \pm i\sqrt{3}$
ب) $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$
ج) $\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

6. حلّ هذه المعادلة في $\mathbb{C}$.

$$2z^2 - 6z + 5 = 0$$

أ) $3 \pm i$
ب) $\frac{3 \pm i}{4}$
ج) $\frac{3 \pm i}{2}$

7. إذا كان z_1 و z_2 جذري المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ ، فما مجموعهما؟

أ) $z_1 + z_2 = p$
ب) $z_1 + z_2 = q$
ج) $z_1 + z_2 = -p$

8. ما جداء جذري هذه المعادلة؟

$$2z^2 - 6z + 5 = 0$$

أ) 5
ب) -3
ج) $\frac{5}{2}$

9. جذرا المعادلة $z^2 + 6z + 34 = 0$ هما $-3 - 5i$ و $-3 + 5i$. ما تفريق كثير الحدود؟

$$z^2 + 6z + 34$$

أ) $(z + 3 + 5i)(z + 3 - 5i)$
ب) $(z - 3 - 5i)(z - 3 + 5i)$
ج) $(z + 3 + 5i)(z + 3 + 5i)$

10. معادلة من الدرجة الثانية بأمثال حقيقية يحقّقها العدد $1 + 2i$. ما جذرها الثاني؟

أ) $-1 - 2i$
ب) $1 - 2i$
ج) $2 + i$

11. هل يمكن أن يكون العددان $1 + 2i$ و $3 - 5i$ جذري معادلة من الدرجة الثانية بأمثال حقيقية؟

أ) نعم، فلكلّ عددين معادلة من الدرجة الثانية
ب) لا، لأنّهما ليسا مترافقين
ج) نعم، إذا اخترنا a مناسباً

12. كم جذراً تربيعياً للعدد -100 في $\mathbb{C}$ ؟

أ) جذر واحد هو $10i$
ب) لا جذر له
ج) جذران هما $10i$ و $-10i$

13. احسب مميّز هذه المعادلة، حيث θ عدد حقيقي.

$$z^2 - 2(\cos\theta)z + 1 = 0$$

أ) $4\cos^2\theta - 1$
ب) $-4\sin^2\theta$
ج) $-2\sin^2\theta$

14. معادلة بأمثال حقيقية مميّزها سالب. ما الذي يشترك فيه جذراها؟
أ) الجزء الحقيقي
ب) الجزء التخيلي
ج) الجزآن كلاهما

15. حلّ هذه المعادلة في $\mathbb{C}$.

$$z^2 - 5z + 9 = 0$$

أ) $\frac{5 \pm i\sqrt{11}}{2}$
ب) $\frac{-5 \pm i\sqrt{11}}{2}$
ج) $\frac{5 \pm i\sqrt{61}}{2}$

16. بعد تفريق المعادلة $z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z - 15 = 0$ بقي أن نحلّ هذا العامل. ما حلّاه؟

$$z^2 + 2z + 5 = 0$$

أ) $-2 \pm 4i$
ب) $1 \pm 2i$
ج) $-1 \pm 2i$

سلّم التصحيح

1. ب صحيح. $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 34 = 36 - 136 = -100$.

2. أ صحيح. الحلّان $\frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$: الجزء الحقيقي واحد فيهما والجزء التخيلي متعاكس.

3. أ صحيح. $b^2 = 4(3 + 2\sqrt{2}) = 12 + 8\sqrt{2}$ و $4ac = 8\sqrt{2} + 16$ ، فيكون $\Delta = -4$ و $i\sqrt{4} = 2i$ ، والحلّان $\frac{2(1+\sqrt{2}) \pm 2i}{2}$.

4. أ صحيح، ونسمّيه جذراً مضاعفاً لأنّ العاملين في التفريق ينطبقان.

5. ب صحيح. $\Delta = 1 - 4 = -3$ ، فيدخل $i\sqrt{3}$ في البسط والمقام 2 .

6. ج صحيح. $\Delta = 36 - 40 = -4$ و $i\sqrt{4} = 2i$ ، فيكون $\frac{3 \pm i}{2} = \frac{6 \pm 2i}{4}$.

7. ج صحيح. من التفريق $z^2 + pz + q = (z - z_1)(z - z_2)$ يخرج $p = -(z_1 + z_2)$.

8. ج صحيح. $z_1 z_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$.

9. أ صحيح. الصيغة $a(X - z_1)(X - z_2)$ مع $a = 1$ ، والجداء يعطي $(z + 3)^2 + 25 = z^2 + 6z + 34$.

10. ب صحيح. الأمثال حقيقية، فمرافق كلّ جذر جذرٌ أيضاً، والجذران يأتيان معاً.

11. ب صحيح. عند أمثال حقيقية يكون الجذران إمّا حقيقيين وإمّا مترافقين، ومرافق $1 + 2i$ هو $1 - 2i$ لا $3 - 5i$.

12. ج صحيح. كلّ عدد عقدي غير معدوم له جذران متعاكسان، ومن هنا تأتي الإشارة $\pm$ في صيغة الحلّين.

13. ب صحيح. $\Delta = 4\cos^2\theta - 4 = -4(1 - \cos^2\theta) = -4\sin^2\theta$ ، وهو سالب أو معدوم دائماً.

14. أ صحيح. كلاهما جزؤه الحقيقي $-\frac{b}{2a}$ ، ولذلك تقع صورتاهما متناظرتين حول محور الفواصل.

15. أ صحيح. $\Delta = 25 - 36 = -11$ ، والمعاكس 11 جذره $\sqrt{11}$ ، فيدخل $i\sqrt{11}$ في البسط.

16. ج صحيح. $\Delta = 4 - 20 = -16$ و $i\sqrt{16} = 4i$ ، فيكون $\frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i$.

المعادلة من الدرجة الثانية ذات الأمثال الحقيقيّة . المصدر: الرياضيات، الجزء الثاني، الصفحات 104 إلى 105 . basita123.com